

✂ ----- ✂

### ■ VÝSTUPNÍ ÚLOHA: AUTOBUSOVÁ LINKA

Autobusová linka má zastávku nástupní, zastávku výstupní a  $k$  dalších zastávek. V nočním provozu, kdy cestuje méně lidí, plánuje dopravní podnik zrychlit jízdu autobusu tím, že ve dvou zastávkách bude autobus zastavovat jen na znamení. Podmínkou ale je, že dvě zastávky na znamení nesmí být hned za sebou. Kolik je možností výběru dvou zastávek, kde bude autobus zastavovat jen na znamení? Řeš úlohu, jestliže:

- a)  $k = 5$ ,
- b)  $k = 6$ ,
- c)  $k = 7$ ,
- d)  $k = 10$ ,
- e)  $k = 18$ .

**Komentář.** Úlohu lze snadno gradovat například tím, že se počet zastávek na znamení zvýší na tři. Nejšikovnější žáci by mohli vyjádřit i obecné řešení u obou úloh.

✂ ----- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ----- ✂

### ■ ŘEŠENÍ

Přehledné řešení dostaneme například tabulkou, kde vodorovné záhlaví jsou pořadová čísla zastávek, které lze zvolit jako zastávky na znamení. Křížkem jsou vyznačeny zvolené zastávky na znamení. První a poslední sloupec vyznačují nástupní a výstupní zastávky, kde autobus musí zastavit. Počet řádků vyjadřuje počet řešení.

N	1	2	3	4	5	V
N	X		X			V
N	X			X		V
N	X				X	V
N		X		X		V
N		X			X	V
N			X		X	V

Dvě zastávky na znamení: **a)** 6; **b)** 10; **c)** 15; **d)** 36; **e)** 136;

obecně  $(n - 2) + (n - 3) + (n - 4) + \dots + 2 + 1 = (n - 1) \cdot (n - 2)/2$ .

Tři zastávky na znamení: **a)** 1; **b)** 4; **c)** 10; **d)** 56; **e)** 560.

Při více zastávkách autobusové linky a při třech a více zastávkách na znamení je však i tabulka nepřehledná. Nabízíme tento postup obecného řešení:

Odložme dvě zastávky stranou a z  $k - 2$  zbylých zastávek vyberme tři, které budou na znamení.

To lze udělat  $(k - 2) \cdot (k - 3) \cdot (k - 4)/6$  způsoby. Kamkoli za první i kamkoli za druhou z vybraných zastávek vložíme jednu z odložených zastávek. Tím zajistíme, že první a druhá zastávka na znamení a také druhá a třetí nebudou hned za sebou. Všechny  $k$  zastávek je opět na místě a tři z nich jsou na znamení.

V případě, že místo tří zastávek vybíráme  $m$  zastávek na znamení, počet řešení bude  $\binom{k - m + 1}{m}$ .

**Komentář.** Máme dva vážné důvody pro zařazování úloh z oblasti kombinatoriky do učiva matematiky 8. a 9. ročníku. Jedním důvodem je, že se kombinatorické úlohy vyskytují v šetření PISA. Jsou ale vždy takové, že je lze řešit bez znalosti vzorečku, jen vyjmenováním všech možností. Druhým důvodem je to, že v RVP druhého stupně se požadavek na kombinatoriku nevyskytuje, a tak jen někteří učitelé druhého stupně tyto úlohy do učiva matematiky zařazují. Kombinatorika je zařazena do učiva střední školy, kde se mnohdy žákům předloží již hotové vzorečky bez dostatečného množství zkušeností s řešením bez vzorečku. Vzoreček pak nepřichází s porozuměním jako nástroj na zjednodušení práce. Řešení úloh se pak obvykle odehrává v identifikaci vzorečku, který se na danou úlohu „nasadí“. Doporučujeme tedy již na druhém stupni často zařazovat takové kombinatorické úlohy, které lze řešit výčtem a vhodnou organizací souboru možností, a tak žáky připravit na porozumění vzorečkům na střední škole.

✂ ----- ✂