

(h) $S(\triangle B) \equiv S(\triangle G)$

(i) $S(\triangle D) \supseteq S(\triangle G)$

(j) $S(\triangle C) \equiv S(\triangle G)$

Zdůvodnění např. (e): Trojúhelníky A a B mají jednu stranu a výšku na ni shodnou.

2.

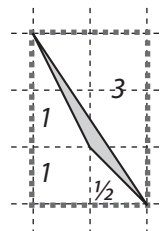
Trojúhelník	A	B	C	D	E	F	G	H
Obvod [v cm]	3,41	4,65	6,4	5,24	4,83	6,06	7,26	7,43
Obsah [v cm ²]	0,5	0,5	0,5	1	1	1	0,5	1

Na údajích v tabulce je zajímavé, že popisují čtyři trojúhelníky s obsahem 0,5 cm² a čtyři trojúhelníky s obsahem 1 cm², kde každý z nich má jiný obvod. Další zajímavostí je například to, že trojúhelník D má větší obsah než C nebo G, ale má menší obvod než C nebo G.

Komentář

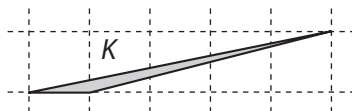
Kromě trojúhelníku G lze obsahy trojúhelníků určit snadno pomocí vzorečku pro obsah trojúhelníku. U trojúhelníku G je účelné použít jinou metodu než zjišťování délky nějaké strany a příslušné výšky, například metodu „rámování“. Tu lze ostatně použít univerzálně.

Nejdříve trojúhelníku obkreslíme pravouhelníkový (obdélník nebo čtverec) rámeček, který leží v mříž. Zjistíme jeho obsah. Ten je 6 čtverečků. Pak z rámečku „odřízneme“ tři pravouhlé trojúhelníky o obsahích 3, 1 a 0,5 čtverečku a 1 celý čtvereček. Tedy obsah trojúhelníku G je: $S(\triangle G) = (6 - 5,5) = 0,5$ (čtverečku nebo cm²).



3. a)

Trojúhelník	J	K
Obvod	neex.	10,22
Obsah	1	0,5



Mřížový trojúhelník s obsahem 1 čtvereček a obvodem menším než obvod trojúhelníku D je pouze trojúhelník E, ale ten už je na obrázku. Tedy mřížový trojúhelník J neexistuje.

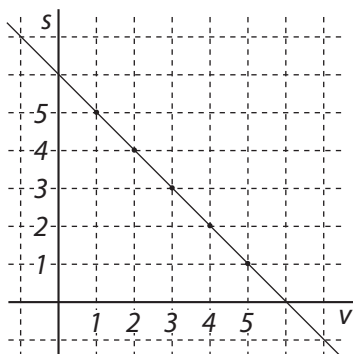
b) Příklad trojúhelníku K je na obrázku. Jeho obvod lze libovolně prodlužovat posouváním „horního“ vrcholu po lince rovnoběžné s „dolní“ vodorovnou stranou například vpravo.

Komentář

Žáci zde a v dalších úlohách poznávají problematiku, která souvisí s tzv. izoperimetrickým problémem v rovině,¹⁴ tj. najít ze všech obrazců daného obsahu ten, jehož obvod je minimální, nebo najít ze všech obrazců daného obvodu ten, jehož obsah je maximální. Je známo, že mezi všemi rovinnými útvary právě kruh splňuje izoperimetrickou podmínku. Označíme-li S obsah kruhu a L obvod kruhu, pak platí: $16 S/L^2 = 4/\pi$.

4.

S	s	v
5	1	5
8	2	4
9	3	3
8	4	2
5	5	1

**Komentář**

Izoperimetrický koeficient čtverce je 1. Čím blíže je izoperimetrický koeficient obdélníku k 1, tím více se obdélník blíží ke čtverci.

14 Izoperimetrický problém: Která uzavřená křivka o dané délce ohraničuje oblast o maximálním obsahu? Už ve starém Řecku Pappos vyslovil domněnku, že je to kružnice, což bylo potvrzeno až v 19. století pomocí diferenciálního a integrálního počtu.