

6. Jsou to tělesa (a), (c), (d).

Komentář

Úlohy 2.–4. vedou ke dvěma poznatkům. 1. Dva hranoly se stejným objemem nemusí mít stejný povrch. 2. Čím více se hranol blíží krychli, tj. čím je poměr délek hran blíže k 1, tím je povrch hranolu menší při zachování objemu. Tento poznatek lze zobecnit: Čím je těleso pravidelnější, tím je jeho povrch menší při stejném objemu. Nejmenší povrch má koule.

Úloha 5. odkrývá, že mohou být tělesa se stejným povrchem a různým objemem.

✂-----

■ VÝSTUPNÍ ÚLOHA: KRYCHLE

Franta stavěl krychle z malých krychliček a počítal.

a) Je možné, aby se pro nějakou krychli číselně rovnal její objem a povrch?

b) Dopln tabulku.

Krychle	Kolik krychlí s kolika obarvenými stěnami?							Kolik krychliček celkem?	Kolik celkem obarvených čtverců – stěn malých krychliček?
	0	1	2	3	4	5	6		
1×1×1	0	0	0	0	0	0	1	1	6
2×2×2									
3×3×3									
4×4×4									
5×5×5									
...									
53×53×53									
...									
$n \times n \times n$									

c) Popiš, jak se mění poměr objemu a povrchu krychle.

✂----- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ----- ✂

■ ŘEŠENÍ

a) Ano. Je to krychle o hraně délky přesně 6 (jednotek). Objem i povrch této krychle je $6 \cdot 6 \cdot 6$.

b)

Krychle	Kolik krychlí s kolika obarvenými stěnami?							Kolik krychliček celkem?	Kolik celkem obarvených čtverců – stěn malých krychliček?
	0	1	2	3	4	5	6		
1×1×1	0	0	0	0	0	0	1	1	6
2×2×2	0	0	0	8	0	0	0	8	24
3×3×3	1	6	12	8	0	0	0	27	54
4×4×4	8	24	24	8	0	0	0	64	96
5×5×5	27	54	36	8	0	0	0	125	150
...									
53×53×53	132 651	15 606	612	8	0	0	0	53^3	$6 \cdot 53^2$
...									
$n \times n \times n$	$(n-2)^3$	$6 \cdot (n-2)^2$	$12 \cdot (n-2)$	8	0	0	0	n^3	$6 \cdot n^2$

c) Poměr objemu a povrchu krychle je: $1/6, 1/3, 1/2, 2/3, 5/6, 1, 7/6, 8/6, \dots, n/6$.

Komentář

Úlohu budou asi mnozí žáci řešit pomocí fyzické stavby nebo náčrtku. Tabulku mohou vyplňovat tak dlouho, dokud neuvidí pravidelnost v jednotlivých sloupcích. Když již náčrtek k výpočtu nestačí, je žák nucen hledat vazby v jednotlivých řádcích. Kvůli tomu je tam vložen řádek 53. Řešení tohoto řádku je již přechodem k obecnému vztahu. V tabulce jsou také prostřednictvím čísel vidět některé průvodní jevy krychle. Učitel může otázkami zaměřit pozornost žáků na tyto jevy: Jak je v tabulce vidět, že krychle má 8 vrcholů, 12 hran a 6 stěn?

✂-----