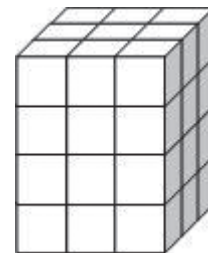


13 KRYCHLOVÁ TĚLESA, POVRCH, OBJEM

■ VSTUPNÍ ÚLOHA: BARVENÍ HRANOLU

Franta si tvořil z malých krychlí hranoly a další větší krychle. Jeden takový hranol je na obrázku.



- Kolik malých krychlí Franta spotřeboval na hranol na obrázku?
- Franta ponořil celý hranol do modré barvy a po zaschnutí barvy jej zase rozebral na jednotlivé krychličky. Kolik jich mělo
 - 3 stěny modré?
 - 2 stěny modré?
 - 1 stěnu modrou?
 - žádnou stěnu modrou?

a) 3 stěny modré?

b) 2 stěny modré?

c) 1 stěnu modrou?

d) žádnou stěnu modrou?

Každou odpověď zdůvodni.

- Ze všech rozebraných krychliček hranolu si Franta postavil krychle.
 - Je možné, že měl nakonec před sebou pouze 3 různě velké krychle a žádná krychlička nezbyla?
 - Je možné, že některá z vytvořených krychlí byla jednobarevná?

ANO/NE

ANO/NE

Uveď všechny možnosti a každou odpověď zdůvodni.

× ----- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ----- ×

■ ŘEŠENÍ

- Franta spotřeboval $3 \times 3 \times 4 = 36$ malých krychlí. Je to vlastně objem hranolu.
- Tři stěny mělo obarveno 8 krychliček. Jsou to krychličky, jejichž jeden vrchol je i vrcholem hranolu. Tedy jejich počet odpovídá počtu vrcholů hranolu.
 - Dvě stěny mělo obarveno 16 krychliček. Jsou to všechny krychličky, jejichž hrana tvoří část hrany krychle a přitom neobsahuje vrchol. Po dvou krychličkách je to na delších hranách a po jedné na kratších hranách hranolu.
 - Jednu stěnu mělo obarveno 10 krychliček. Jsou to ty krychličky, jejichž stěna je vnitřní částí stěny hranolu. Po dvou jsou na obdélníkových stěnách a po jedné na čtvercových podstavách hranolu.
 - Žádnou stěnu neměly obarveny dvě krychle. Ty jsou uvnitř hranolu.
- ANO. Franta vytvořil 3 krychle: $3 \times 3 \times 3$, $2 \times 2 \times 2$ a $1 \times 1 \times 1$. Žádná krychlička nezbyla. Počet spotřebovaných krychliček je $27 + 8 + 1 = 36$.
 - ANO. Jednobarevné mohly být dvě krychle: buď modrá $3 \times 3 \times 3$ a nebarevná $1 \times 1 \times 1$, nebo modrá $2 \times 2 \times 2$ a nebarevná $1 \times 1 \times 1$. Modrá krychle mohla být jen jedna, neboť pouze 8 krychliček má tři stěny modré a ty je potřeba umístit do „vrcholů“. Zbylá krychlička je vždy nebarevná, neboť žádná krychlička nemá 6 stěn modrých.

Komentář

Vstupní úloha je obdobná úloze M309 z PISY 2009, v níž je klíčovým pojmem objem hranolu a krychle. Potřebné informace je třeba získat z obrázku. Jde tedy i o čtení 2D obrazu 3D situace. Některé informace jsou ukryty, je zde tedy aktuální i prostorová představivost. V těchto úlohách se jedná o průvodní jevy hranolu a krychle, tj. vrcholy, hrany, stěny a také o vazbu mezi objemem a povrchem hranolu či krychle. Vyžaduje se zde také argumentace, která byla v testových úlohách PISA značným problémem našich žáků. Jestliže má některý žák problém řešit úlohu v představách, je velice důležité, aby ji mohl řešit manipulativně.

× ----- ×

■ DALŠÍ ÚLOHY

- Franta z krychliček rozebraného obarveného hranolu v 1. úloze postavil jiný hranol o rozměrech $2 \times 2 \times 9$. Mohl ho postavit tak, aby byl celý obarven? Řešení zdůvodni.

ANO / NE