4. Rozděl šest čísel 29, 36, 42, 71, 88 a 98 do tří dvojic tak, aby součet čísel každé dvojice byl dělitelný číslem 4.

5. Rozhodni o pravdivosti tvrzení, když m, n jsou libovolná přirozená čísla a $m > n$.

T6. $(4|m$ a $4|n) \Rightarrow 4|(m + n)$.

T7. $4|(m + n) \Rightarrow 4|(m - n)$.

T8. $4|(2m + n) \Leftrightarrow (2|n \wedge 2|(m + n/2))$.

6. Přirozené číslo AB je dvoumístné. Rozhodni o pravdivosti tvrzení:

T9. Je-li B$\in\{2, 6\}$, pak 4|AB $\Leftrightarrow$ A je lichá číslice.

T10. Je-li B$\in\{0, 4, 8\}$, pak 4|AB $\Leftrightarrow$ A je sudá číslice.

7. Přirozené číslo p je alespoň dvoumístné. Rozhodni o pravdivosti tvrzení:

T11. $4|p \Leftrightarrow$ poslední dvojčíslí čísla p je dělitelné 4.

✂ ------------------------------ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ------------------------------ ✂

VÝSLEDKY A ŘEŠENÍ

1. Škrtáme slova: v T1 „sudé“; v T2 „různou“; v T3 i T4 „liché“; v T5 lze škrtnout každé slovo, protože součet může být jak číslo sudé, tak číslo liché.

2.

a) Rozklady čísla 4 na součet tří čísel jsou čtyři: 4 + 0 + 0, 3 + 1 + 0, 2 + 2 + 0, 2 + 1 + 1. Z prvního rozkladu lze vytvořit jediné trojmístné číslo dělitelné číslem 4, a sice 400. Z druhého rozkladu žádné, ze třetího jen 220 a ze čtvrtého jen 112. Celkem tři čísla.

b) pět: 104, 140, 212, 320, 500;

c) šest: 132, 204, 240, 312, 420, 600;

d) šestnáct: 196, 268, 376, 448, 484, 556, 592, 628, 664, 736, 772, 808, 844, 880, 916, 952.

3. Tvrzení Idy není pravdivé.

a) osm: 124, 160, 232, 304, 340, 412, 520, 700;

b) čtrnáct: 136, 172, 208, 244, 280, 316, 352, 424, 460, 532, 604, 640, 712, 820;

c) osm: 488, 596, 668, 776, 848, 884, 956, 992.

4. Existuje jediný rozklad 29 + 71 = 100, 36 + 88 = 124 a 42 + 98 = 140.

5. T6 je pravdivé. T7 je nepravdivé; pravdivé je, právě když jsou přirozená čísla m, n sudá. T8 je pravdivé. Důkaz implikace ($\Rightarrow$): Z předpokladu $4|(2m + n)$ plyne, že n je sudé, tedy $k = n/2 \in \mathbf{N}$. Pak $4|(2m + n) \Rightarrow 4|2(m + k) \Rightarrow 2|(m + n/2)$.
Důkaz implikace ($\Leftarrow$): Když $2|p$, tak $4|2p$. Stačí sem dosadit $p = m + n/2$.

6. T9 i T10 jsou pravdivá. Stačí prověřit případy B = 0. Pro další čísla tvrzení plyne z toho, že 4|AB $\Leftrightarrow$ 4|(AB + 4n) a 4|AB $\Leftrightarrow$ 4|(AB + 20n), $n\in\mathbf{N}$.

7. T11 je pravdivé. Jestliže AB je poslední dvojčíslí čísla p, pak p = 100q + AB.

Komentář

Prvních pět úloh ukazuje, jak žáci sami mohou odhalovat kritéria dělitelnosti čísly 2 a 4. Totéž se týká úloh 6 až 10 pro dělitelnost čísly 3, 9 a 6. Na úloze 11 ilustrujeme práci učitele, který nic nevysvětluje, ale řídí diskusi třídy, ve které žáci sami objevují tvrzení. Na základě domácích i zahraničních zkušeností víme, že tato forma vyučování přináší žákům nejrychlejší rozvoj matematického myšlení. Na učitele ale klade vysoké nároky.

✂ -- ✂

VÝSTUPNÍ ÚLOHY: **ZKOUMÁNÍ DĚLITELNOSTI**

8. Do trojmístného čísla 51X doplň číslici X tak, aby toto číslo bylo dělitelné číslem **a)** 3; **b)** 6; **c)** 9. Hledej všechna řešení. Totéž pro čísla 15X, 21X, 30X, 4X5, 81X, 6X1, 34X, X52, 5X5, 91X, 4X0, 13X, X04, 1X3, 1X0, 2X6, 71X, 17X, 7X1, 23X, 5X0, X14, 2X0, 20X, 1X1.

9. Najdi dvojmístné číslo AB dělitelné 3, jehož ciferný součet je
a) 6; **b)** 7; **c)** 8. Hledejte více řešení.

10. Pro libovolné číslice A, B, C, D (a pro čísla z nich sestavená) dokaž:

a) 3|(AB – A – B);
b) 3|(ABC – A – B – C);
c) 3|(ABCD – A – B – C – D);
d) 9|(AB – A – B);
e) 9|(ABC – A – B – C);
f) 9|(ABCD – A – B – C – D).