

7 DĚLITELNOST

■ VSTUPNÍ ÚLOHA: DLÁŽDĚNÍ ČTVERCOVÉHO DVORU

Domluva

$\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ je množina všech přirozených čísel s nulou.

Zápis $p|n$ říká, že číslo n je dělitelné číslem p , tj. $n = k \cdot p$, kde $k \in \mathbf{N}_0$.

Řekneme, že dvě čísla mají **různou paritu**, když jedno z nich je sudé a druhé liché. Jsou-li obě čísla sudá, nebo obě lichá, říkáme, že čísla mají **stejnou paritu**.

Dvůr ve tvaru čtverce o straně 24 m je třeba celý přesně pokrýt obdélníkovými panely. K dispozici jsou panely tří typů:

Panel typu A má rozměry 25 dm \times 24 dm a jeden panel stojí 7 zedů.

Panel typu B má rozměry 24 dm \times 30 dm a jeden panel stojí 9 zedů.

Panel typu C má rozměry 20 dm \times 36 dm a jeden panel stojí 8 zedů.

Žádný panel není povoleno řezat nebo jinak upravovat a také se panely nesmí překrývat.

O každém z následujících tvrzení rozhodni, zda je pravdivé, nebo nepravdivé. Je-li tvrzení pravdivé, zakroužkuj P, je-li nepravdivé, zakroužkuj N.

| | |
|---|-------|
| Dvůr lze pokrýt panely typu A a cena pokrytí nepřesáhne 700 zedů. | P / N |
| Dvůr lze pokrýt panely typu B a cena pokrytí nutně přesáhne 700 zedů. | P / N |
| Dvůr lze pokrýt panely typu C a cena pokrytí nutně přesáhne 650 zedů. | P / N |

✂ ----- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ----- ✂

■ ŘEŠENÍ

Čtverec o straně 240 dm lze přesně pokrýt panely o rozměrech u dm \times v dm, právě když je číslo 240 dělitelné oběma čísly u , v . Číslo 240 není dělitelné ani číslem 25, ani číslem 36. Tedy první a třetí tvrzení je nepravdivé (N). Druhé tvrzení je pravdivé (P), neboť $240 : 24 = 10$ a $240 : 30 = 8$. K pokrytí je tedy třeba $10 \cdot 8 = 80$ panelů v ceně 720 zedů, což je více než 700 zedů.

Komentář

Úloha zasahuje jak do geometrie (tvar, obsah), tak do aritmetiky (dělitelnost). Lze očekávat, že někteří řešitelé zaměří pozornost pouze na obsahy a celkovou cenu panelů. Zapomenou zjistit, zda se danými panely dá dvůr skutečně pokrýt. V případě A žák zjistí, že obsah dvora je 57 600 dm² a obsah panelu 600 dm². Tedy k pokrytí dvora je třeba $576 : 6 = 96$ panelů. Jejich cena je $96 \cdot 7$ zedů, tj. 672 zedů, tedy méně než 700 zedů. Žák zakroužkuje chybnou odpověď P. V případě C stejný postup vede k výpočtům $57\,600 : 720 = 80$ a $80 \cdot 8 = 640$ zedů, tudíž nepřesáhne 650 zedů. Žák zakroužkuje správnou odpověď N, byť část jeho úvah byla chybná.

✂ ----- ✂

■ DALŠÍ ÚLOHY

- V uvedených větách škrtni jedno ze dvou nabízených slov tak, abys dostal pravdivé tvrzení. Čísla m , n jsou přirozená a zároveň $m > n$.
 - Součet sudého a lichého čísla je vždy číslo sudé/liché.
 - Čísla $m + n$ a $m - n$ mají vždy stejnou/různou paritu.
 - Číslo $m \cdot n$ je liché, pak $m + n$ je vždy sudé/liché.
 - Součet čtyř po sobě jdoucích čísel je vždy číslo sudé/liché.
 - Součet pěti po sobě jdoucích čísel je vždy číslo sudé/liché.
- Zjisti, kolik existuje trojmístných čísel dělitelných číslem 4, jejichž ciferný součet se rovná číslu
 - 4;
 - 5;
 - 6;
 - 16.
- Ida na základě výsledků úlohy 2 řekla, že trojmístných čísel se součtem 7 je sedm, trojmístných čísel se součtem 8 je osm atd. Má Ida pravdu? Proveš tvrzení Idy pro trojmístná čísla se součtem
 - 7;
 - 10;
 - 20.