

6 OPTIMALIZACE

VSTUPNÍ ÚLOHA: NEJLEVNĚJŠÍ TRASA

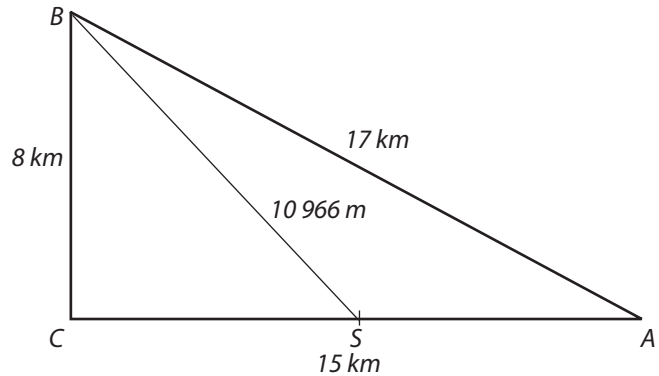
Mezi osadami A a B je nutno do země položit kabel. Když využijeme dřívější výkop mezi A a C , bude položení 1 metru kabelu stát 120 Kč. Když budeme muset kopat nový výkop, bude položení 1 metru kabelu stát 200 Kč.

Inženýři, kteří výkop plánovali, zvažili tři možnosti:

- přímou trasu AB
- trasu přes bod C (tedy AC a CB)
- trasu přes střed S úsečky AC (tedy AS a SB)

a) Která z uvedených tří možností je nejlevnější?

b) Inženýři pak našli levnější trasu AXB za 3 080 000 Kč. Bod X leží na úsečce AC . Najdi vzdálenost bodu X od místa A .



✕ ----- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ----- ✕

■ ŘEŠENÍ

a) Vstupní úloha má dvě části: standardní a náročnější. Řešení standardní části:

- Cena trasy AB je $17\,000\text{ m} \cdot 200\text{ Kč/m} = 3\,400\,000\text{ Kč}$.
- Cena trasy ACB se skládá z ceny za úsek AC , tj. $15\,000\text{ m} \cdot 120\text{ Kč/m} = 1\,800\,000\text{ Kč}$, a ceny za úsek CB , tj. $8\,000\text{ m} \cdot 200\text{ Kč/m} = 1\,600\,000\text{ Kč}$; celkem $3\,400\,000\text{ Kč}$.
- Cena trasy ASB se skládá z ceny za úsek AS , tj. $7\,500\text{ m} \cdot 120\text{ Kč/m} = 900\,000\text{ Kč}$, a ceny za úsek SB , tj. $10\,966\text{ m} \cdot 200\text{ Kč/m} = 2\,193\,200\text{ Kč}$; celkem $3\,093\,200\text{ Kč}$.

Nejlevnější je možnost C.

Komentář

V experimentálním vyučování autora úlohy jeho sedmáci nejprve zjistili, že cena trasy v případě A i B je stejná. Několik žáků z toho ihned vyvodilo, že i v případě C bude trasa stát 3 400 000 Kč. Překvapení, které žáci zažili zjištěním svého omylu, přispělo k jejich příští opatrnosti s rychlým zobecňováním.

b) Zvolme X tak, že $|AX| = 9\text{ km}$. Pak cena úseku AX je $9\,000\text{ m} \cdot 120\text{ Kč/m} = 1\,080\,000\text{ Kč}$ a cena úseku XB , jehož délka je 10 km, je $10\,000\text{ m} \cdot 200\text{ Kč/m} = 2\,000\,000\text{ Kč}$. Cena celé trasy je tedy 3 080 000 Kč, což je méně než v případě C.

Náročné je pro žáky, kteří neovládají Pythagorovu větu, zjištění, že $|XB| = 10\text{ km}$. Stačí znát pravoúhlý trojúhelník o stranách 3, 4, 5 a náš trojúhelník XCB je dvakrát zvětšený. Žáci mohou číslo $|XB|$ najít přibližně rýsováním.

Lepší možnost je dát žákům tabulku:

$ AX $	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$ XB $	1 612	1 526	1 442	1 360	1 281	1 204	1 131	1 063	1 000	943	894	854	825	806
cena	3 344	3 292	3 244	3 200	3 162	3 128	3 102	3 086	3 080	3 086	3 108	3 148	3 210	3 292

Délky $|XB|$ jsou zaokrouhleny na desetimetry a jednotkou délky je 10 metrů. V poslední řádce jsou ceny v tisícikorunách.

✕ ----- ✕