Česká školní inspekce

Přímá a nepřímá úměrnost

Eva Holá, Martin Novák,

Petra Prokopová Machalová, Naďa Vondrová

Praha, říjen 2015

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Česká školní inspekce
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obsah

Úvod

V tomto textu popíšeme, jakým způsobem jsme společně připravili a realizovali vyučovací hodiny zaměřené na téma úměrností. Uvedeme podrobnou přípravu s komentářem, což, jak doufáme, může inspirovat další učitele pro jejich zpracování tématu. Text navazuje na závěrečnou zprávu z projektu „Lesson study“ a rozšiřuje ji tak, aby se dal použít jako metodický materiál pro učitele.

Ve školním roce 2014/15 jsme vyučovali v 6. a 7. ročníku. Všechny tři naše školy měly na druhé pololetí v plánu vyučovat přímou a nepřímou úměrnost. Na ZŠ Táborská a ZŠ Ratibořická se téma vyučuje v 7. ročníku a ŠVP pro 6. ročník na ZŠ Ostrovní obsahuje úvod do tématu. Protože se současně jedná o téma, které je poměrně náročné (žáci mají často problémy s uchopením zejména nepřímé úměrnosti, je pro ně obtížné pracovat s abstraktním vyjádřením úměrností pomocí rovnice apod.) a současně nabízí celou řadu možností, jak k němu přistoupit, rozhodli jsme se nakonec právě pro něj.

Podle RVP ZV patří mezi učivo druhého stupně funkce, konkrétně pravoúhlá soustava souřadnic, přímá úměrnost, nepřímá úměrnost a lineární funkce. Mezi očekávané výstupy patří, že žák „určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti, vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem a matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů“.

Výstupy jsou více konkretizovány v ŠVP našich škol. Podle nich žák:

- rozlišuje pořadí členů v poměru,
- uvede poměr v základním tvaru,
- řeší slovní úlohy s využitím poměru,
- rozliší přímou a nepřímou úměrnost,
- s porozuměním použije trojčlenku v jednoduchých slovních úlohách na přímou nebo nepřímou úměrnost,
- sestrojí obraz bodu v rovině a naopak z grafu určí souřadnice daného bodu,
- sestrojí graf přímé a nepřímé úměrnosti,
- zapíše tabulku přímé i nepřímé úměrnosti,
- řeší a vytváří slovní úlohy s využitím vztahů přímé a nepřímé úměrnosti,
- řeší a vytváří slovní úlohy pomocí trojčlenky.

Přípravu jsme koncipovali tak, aby měli žáci v poznávacím procesu co nejaktivnější roli. Dohodli jsme se, že nové poznatky jim nebudeme sdělovat, ale měly by vyplynout z řešení vhodně volených úloh. Cílem našich experimentálních hodin bylo, aby žáci pochopili, co to je přímá a nepřímá úměrnost, jak se úlohy na úměrnosti řeší, aby uměli vyčíst údaje (a slovně je popsat) z tabulky, grafu, případně i rovnice, a aby tabulku, graf a rovnici uměli i vytvořit. Neméně důležitým cílem bylo, aby se žáci učili řešit slovní úlohy ne pomocí signálních slov, ale pomocí rozboru a pochopení podstaty situace. Plánovali jsme položit velký důraz na čtení s porozuměním. Po pochopení daných závislostí jsme žáky chtěli vést k tomu, aby jednoduché úlohy vytvářeli a vyhledávali pro ně inspiraci ve svém okolí.

Dále jsme se rozhodli, že nepůjdeme klasickou cestou učebnic, kdy je nejdříve probírána přímá a pak nepřímá úměrnost, ale že budeme zařazovat od začátku úlohy na oba typy úměrností a současně i úlohy, které nejsou ani jednou z nich (tedy úlohy, které zdánlivě vypadají, že se mají řešit pomocí úměrnosti, můžeme si u nich říct „čím víc jednoho, tím víc druhého“, ovšem veličiny se nemění ve stejném poměru). Od toho jsme si slibovali, že se žáci naučí spíše situaci porozumět, než aby se snažili mechanicky aplikovat postupy, které se v hodinách budou učit.

Další důležitou věcí, o které jsme hovořili, byla problematika trojčlenky. Shodli jsme se, že trojčlenka bude zařazena až poté, co se žáci naučí řešit úlohy na úměrnosti bez ní. Považovali jsme ji až za následný krok, v němž dojde k zobecnění konkrétních postupů, které žáci předtím zvládnou.

Série experimentálních hodin, kterou představujeme v tomto textu, začíná výzvou k třídění výroků na pravdivé a nepravdivé. Pravdivé výroky pak žáci třídí do jednotlivých typů (vlastně je dělí na přímé a nepřímé úměrnosti a „neúměrnosti", ale to žáci zatím nevědí). Naším záměrem bylo, aby žáci úlohy neřešili, ale pouze o situaci uvažovali a představovali si ji. Tím by měli dosáhnout dobrého porozumění situacím popsaným v úlohách. Úlohy v následujících hodinách jsou záměrně voleny tak, aby byly početně víceméně jednoduché, aby se žáci nezabývali složitými výpočty, ale aby se mohli soustředit na podstatu rozlišení vztahů.

V dalších hodinách postupně navazují úlohy, v nichž se žáci učí tvořit tabulky a následně i grafy. S trojčlenkou se žáci, jak už bylo zmíněno, seznámí až na závěr celého bloku.

Téma bylo odučeno na všech třech školách zapojených do projektu, postřehy z realizace přípravy, které dole uvádíme, tedy pocházejí od tří učitelů (jsou uvozeny jejich iniciálami). Výuka MN probíhala v 6. ročníku (ve dvou paralelních třídách), výuka EH a PP v 7. ročníku. Zkušenosti z výuky naznačují, do jaké míry se naplnila očekávání, která jsme v souvislosti s naší přípravou měli, a kde bychom navrhovali v původní přípravě změny.

Kontrolní test

Vlastní výuce tématu úměrnosti předcházelo téma poměru a soustava souřadnic. Nejdříve jsme tedy žákům zadali krátký kontrolní test, abychom si ověřili, jak jsou žáci na novou látku připraveni.

Úloha 1

Ověřte, zda jsou dané dvojice poměrů shodné:

a) 21 : 28 a 15 : 20	(ano)	b) 1 : 0,4 a 50 : 2	(ne)
c) 2 : 3,5 a 4 2/3 : 5 2/3	(ne)	d) 1 1/3 : 1 5/6 a 0,72 : 0,99	(ano)

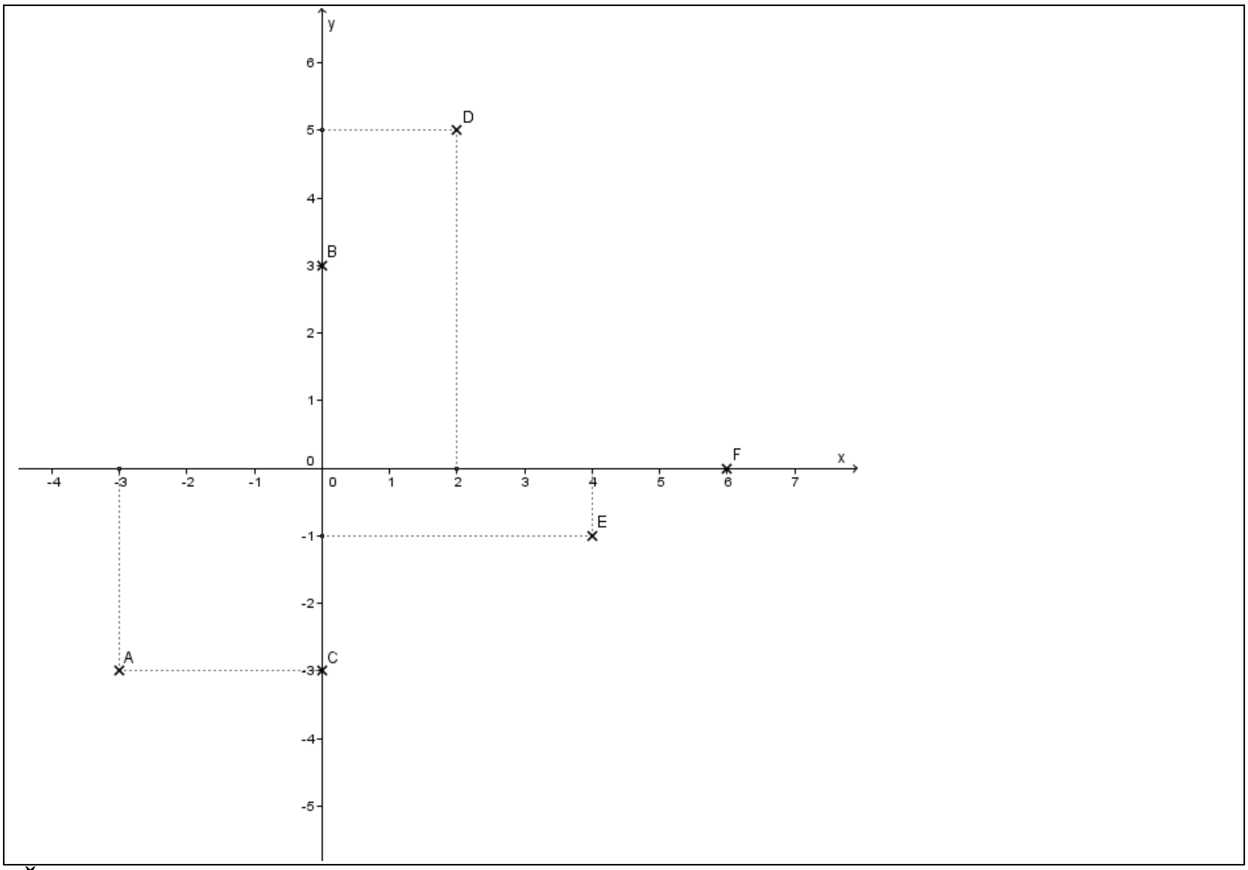
Úloha 2

Vypočítej neznámý člen poměru označený písmenem tak, aby se poměry rovnaly:

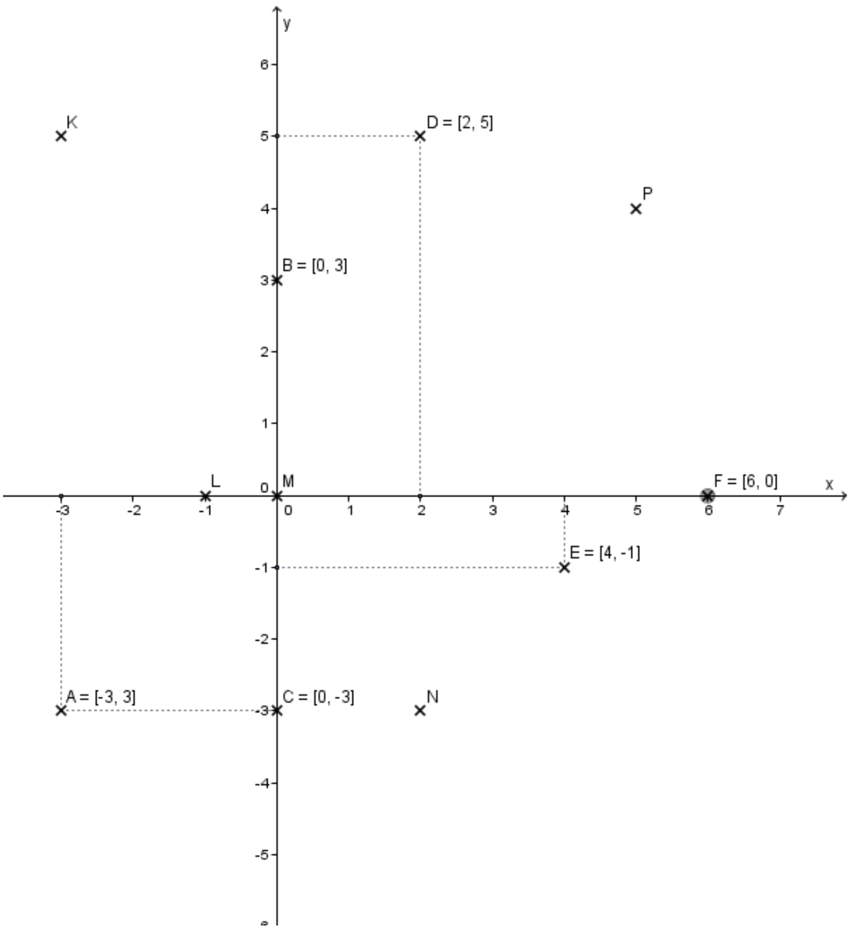
a) 0,2 : 0,5 = 0,6 : x	(x = 1,5)	b) a : 1 = 0,3 : 1,5	(a = 0,2)
c) 10/3 : c = 15/2 : 9	(c = 4)	d) 1 : 3 ½ = 1 1/5 : e	($e = 4\frac{1}{5}$)

Úloha 3

V pravoúhlé soustavě souřadnic v rovině vyznačte body $K[-3; 5]$, $L[-1; 0]$, $M[0; 0]$, $N[2; -3]$, $P[5; 4]$ a určete souřadnice x, y vyznačených bodů A, B, C, D, E, F.



Řešení:



Hodina 1: Žáci rozlišují různé typy závislostí

Pomůcky: tužka, lepidlo, nůžky

Úkol 1: Učitel vytiskne pracovní list, na kterém jsou zapsaná pravdivá a nepravdivá tvrzení. V ideálním případě ho předem rozstříhá, aby se žáci zbytečně nezdržovali v hodině. Výroky jsou pro snazší kontrolu očíslované. Úkolem žáků je roztřídit kartičky na pravdivá a nepravdivá tvrzení. Provedou kontrolu ve dvojicích a pak pod vedením učitele s celou třídou. Nepravdivé výroky žáci vyhodí.

Úkol 2: Žáci zjistí, zda v některých tvrzeních platí závislosti uvedené na pracovním listu 2, který si rozdají. Následně tvrzení přiřadí k zadaným závislostem a nalepí do pracovního listu. Na závěr hodiny by měli žáci sami vyvodit, zda jde o přímé, či nepřímé úměrnosti. Pracují v malých skupinách nebo ve dvojicích.

Pracovní list 1

1) Jestliže 1 žvýkačka stojí 5 Kč, tak 2 žvýkačky budou stát 10 Kč.	2) Kapesník schne 15 minut. Dvacet kapesníků bude schnout 5 hodin.
3) Auto jedoucí průměrnou rychlostí 90 km za hodinu urazí vzdálenost 180 kilometrů za 120 minut.	4) Do letadla boeing se vejde 200 lidí. 136 osob přepraví z místa A do místa B za 10 hodin. Dvě stejná letadla na stejné trase přepraví stejný počet lidí v polovičním čase.
5) Jedna lesní dělnice vysadí 280 stromků za 5 dní. Pět dělnic pracujících stejným tempem jako první dělnice vysadí stejný počet stromků za 1 den.	6) V pondělí našel houbař v lese za dvě hodiny košík hub. V úterý se rozhodl, že půjde společně s kamarádem, a tedy určitě najdou dva košíky hub už za jednu hodinu.
7) Statisticky bylo zjištěno, že děti jsou v jednom roce věku průměrně vysoké 80 cm, v šesti letech je to 112 cm, ve dvanácti letech je to 154 cm. Za dalších šest let bude průměrná výška lidí větší o dalších 52 cm.	8) Turista prošel trasu dlouhou 18 km za tři hodiny, což znamená, že jeho průměrná rychlost byla 6 km za hod.
9) Voda tekoucí rovnoměrně vodovodním kohoutkem naplnila desetilitrový hrnec za tři minuty. Pokud bude voda téci do stejného hrnce dvakrát rychleji, naplní ho za poloviční čas.	10) První den vysázelo 5 zahradníků 45 keříků za 9,5 hodiny. Druhý den sázelo keříky stejným tempem 7 zahradníků. Vysázeli 35 keříků za 9,5 hodiny.
11) Obvod čtverce zmenšíme 4krát. Délka jeho strany se zmenší také 4krát.	12) Obsah čtverce je 16 cm^2, tedy délka jeho strany je 4 cm.
13) Při nákupu za 400 Kč platila maminka čtyřmi stravenkami. Za dvousetkorunový nákup bude platit dvěma stravenkami.	14) Když obsah čtverce zvětšíme o 2 cm^2, délka jeho strany se zvětší o 1 cm.

15) Za 3 m látky zaplatila maminka 600 Kč. Ve stejném obchodě ve stejnou dobu zaplatila její kamarádka za 4 metry stejné látky 700 Kč.	16) Rychlostí 6 km/h dojde Petr na chatu za 2 hodiny. Když se bude loudat rychlostí 3 km/h, projde trasu za 4 hodiny.
17) Honza je o 7 cm menší než Eva, která je o 16 cm menší než Martin. Martin je o 23 cm větší než Honza.	18) Desetikilogramový pytel travního osiva vystačí na 400 m^2 plochy nově zakládaného trávníku. Na fotbalové hřiště o rozměrech 100 m × 70 m musíme tedy koupit 18 takových pytlů.

Zkušenosti učitelů

EH: „Na začátku hodiny jsme opravovali test z minulé hodiny (15 minut) a tento čas nám potom chyběl při práci na pracovním listu. Při samotném cvičení se mi osvědčila kontrola na interaktivní tabuli, na níž žáci třídili kartičky."

PP: „Na rozdíl od doporučeného postupu jsem žákům nepravdivá tvrzení ponechala a nechala je vlepit do sešitu. Myslím si, že není od věci, když žák ví, co je či není pravdivé tvrzení. Velice se mi osvědčila diskuse nad jednotlivými výroky. Zabralo to sice hodně času, ale žáci se takto lépe seznámili s ‚prevýrokovou' matematikou. Diskuse byly např. nad pravdivostí výroku o kapesnících (číslo 2) a o letadle (číslo 4)."

MN: „Při třídění výroků na pravdivé a nepravdivé si někteří žáci nevěděli rady. Pomohl jsem jim instrukcí, aby si představili, že jsou učitelé a opravují test. Výrok 3 × 3 = 9 bych dal na hromádku ‚pravdivé' a 3 × 3 = 4 na hromádku ‚nepravdivé'."

Pracovní list 2

Pravdivá tvrzení přiřaďte k zadaným závislostem:
Kolikrát se zvětší jedna hodnota, tolikrát se zvětší druhá hodnota.
Kolikrát se zmenší jedna hodnota, tolikrát se zmenší druhá hodnota.
Kolikrát se zmenší jedna hodnota, tolikrát se zvětší druhá hodnota.
Kolikrát se zvětší jedna hodnota, tolikrát se zmenší druhá hodnota.
Správné tvrzení, ale nelze jej zařadit do žádné z předchozích skupin.

Řešení

Kolikrát se zvětší jedna hodnota, tolikrát se zvětší druhá hodnota.

1) Jestliže jedna žvýkačka stojí 5 Kč, tak dvě žvýkačky budou stát 10 Kč.

3) Auto jedoucí průměrnou rychlostí 90 km za hodinu urazí vzdálenost 180 kilometrů za 120 minut.

18) Desetikilogramový pytel travního osiva vystačí na 400 m^2 plochy nově zakládaného trávníku. Na fotbalové hřiště o rozměrech 100 m × 70 m musíme tedy koupit 18 takových pytlů.

Kolikrát se zmenší jedna hodnota, tolikrát se zmenší druhá hodnota.

11) Obvod čtverce zmenšíme 4krát. Délka jeho strany se zmenší také 4krát.

8) Turista prošel trasu dlouhou 18 km za tři hodiny, což znamená, že jeho průměrná rychlost byla 6 km za hod.

13) Při nákupu za 400 Kč platila maminka čtyřmi stravenkami. Za dvousetkorunový nákup bude platit dvěma stravenkami.

Kolikrát se zmenší jedna hodnota, tolikrát se zvětší druhá hodnota.

16) Rychlostí 6 km/h dojde Petr na chatu za 2 hodiny. Když se bude loudat rychlostí 3 km/h, projde trasu za 4 hodiny.

Kolikrát se zvětší jedna hodnota, tolikrát se zmenší druhá hodnota.

5) Jedna lesní dělnice vysadí 280 stromků za 5 dní. Pět dělnic pracujících stejným tempem jako první dělnice vysadí stejný počet stromků za 1 den.

9) Voda tekoucí rovnoměrně vodovodním kohoutkem naplnila desetilitrový hrnec za tři minuty. Pokud bude voda téci do stejného hrnce dvakrát rychleji, naplní ho za poloviční čas.

Správná tvrzení, ale nelze je zařadit do žádné z předchozích skupin.

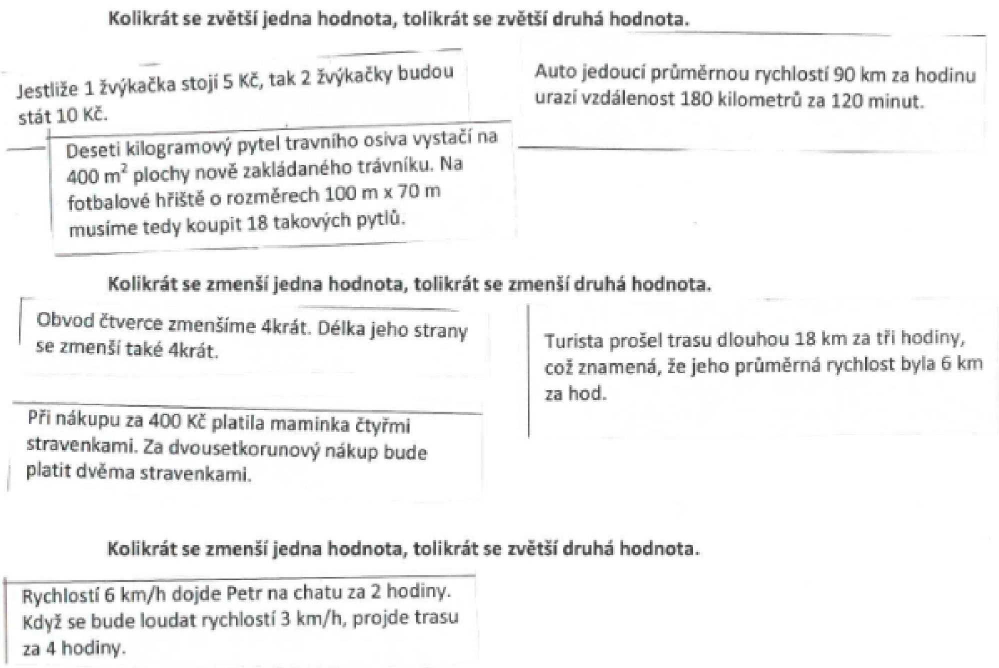
12) Obsah čtverce je 16 cm^2, tedy délka jeho strany je 4 cm.

17) Honza je o 7 cm menší než Eva, která je o 16 cm menší než Martin. Martin je o 23 cm větší než Honza.

Zkušenosti

EH: „Nechala jsem žáky nad výroky poměrně dlouho diskutovat. Po ukázkovém zařazení prvního výroku dostali žáci opět čas na případné doladění svých dalších výroků. Žáky jsem při zařazování výroků do jednotlivých skupin nutila vyslovovat věty ‚Kolikrát …., tolikrát' na těchto konkrétních příkladech. Osvědčila se mi kontrola na interaktivní tabuli."

PP: „Ve třídě je velký počet dětí s nějakou poruchou učení, pro ně byla tato aktivita velice důležitá. Celé to zabralo dvě vyučovací hodiny, ale čas věnovaný této aktivitě se vyplatil. V následujících hodinách vše tak nějak hezky vyplynulo; tabulky, výpočty, trojčlenka."



Kolikrát se zvětší jedna hodnota, tolikrát se zvětší druhá hodnota.

Jestliže 1 žvýkačka stojí 5 Kč, tak 2 žvýkačky budou stát 10 Kč.

Auto jedoucí průměrnou rychlostí 90 km za hodinu urazí vzdálenost 180 kilometrů za 120 minut.

Deseti kilogramový pytel travního osiva vystačí na 400 m^2 plochy nově zakládaného trávníku. Na fotbalové hřiště o rozměrech 100 m x 70 m musíme tedy koupit 18 takových pytlů.

Kolikrát se zmenší jedna hodnota, tolikrát se zmenší druhá hodnota.

Obvod čtverce zmenšíme 4krát. Délka jeho strany se zmenší také 4krát.

Turista prošel trasu dlouhou 18 km za tři hodiny, což znamená, že jeho průměrná rychlost byla 6 km za hod.

Při nákupu za 400 Kč platila maminka čtyřmi stravenkami. Za dvousetkorunový nákup bude platit dvěma stravenkami.

Kolikrát se zmenší jedna hodnota, tolikrát se zvětší druhá hodnota.

Rychlostí 6 km/h dojde Petr na chatu za 2 hodiny. Když se bude loudat rychlostí 3 km/h, projde trasu za 4 hodiny.

Obr. 1: Ukázka třídění výroků

Hodina 2: Žáci řeší některé slovní úlohy na úměrnosti a pojmenovávají úměrnosti

Hodinu provázíme s předchozí hodinou tematicky, a sice tak, že připomeneme některé situace z pracovního listu 1 a na jejich základě vytvoříme úkoly pro žáky.

Situace 1: Maminka při nákupu v potravinách používá stravenky. Při posledním nákupu platila 380 Kč, což byla hodnota přesně čtyř stravenek. Jaká je hodnota jedné stravenky? Navrhněte nějakou pomůcku, která vám pomůže určit počet stravenek na základě ceny nákupu.

Cena jedné stravenky nebude pro žáky problém. Učitel dále nastolí diskusi, např.: Využívají rodiče stravenky k nákupu? V jakém obchodě? K čemu stravenky slouží? Jaká omezení stravenky mají? Žáci by otázkami měli být dovedeni k tomu, že na stravenky lze kupovat pouze potraviny a že se obvykle na stravenky nevrací (cca kolem 5 Kč), a tedy, že je důvod řešit, kolik stravenek má jakou hodnotu. Stravenku by bylo ideální dětem i ukázat.

Obr. 2: Ukázka stravenky

Učitel uvede druhou část úlohy: „Většinou se v obchodech na stravenky nevrací. Člověk u pokladny bývá často ve stresu, aby nezdržoval, aby správně napočítal počet stravenek.“ Záměrem je dovést žáky k tomu, že je dobré se nějak připravit a vytvořit si nějaký přehled (tabulku). Pak je vyzve, aby takový přehled vytvořili pro 1 až 6 stravenek. Obejde žáky a vybere dva, kteří přehled pojali různým způsobem, aby své řešení zaznamenali na tabuli.

Na tabuli se objeví například:

1	95
2	190
3	285
4	380
5	475
6	570

1	2	3	4	5	6
95	190	285	380	475	570

Pokud se objeví tyto přehledy bez popisků, můžeme hovořit o tom, že tabulka bude srozumitelná pouze lidem, kteří znají souvislosti. Čáry pak slouží k snadnějšímu vyhledávání.

Zeptáme se žáků, jestli nevidí nějaké závislosti, které se v tabulce objevují. Očekáváme, že žáci by mohli upozornit např. na rovnosti poměrů: 2 : 4 = 190 : 380, 3 : 6 = 285 : 570. V takovém případě se ptáme dále, zda to pravidlo platí i pro další hodnoty.

Následně vyzveme žáky, aby doplnili následující věty:

Kolikrát více stravenek maminka použije, tolikrát…………… je jejich celková hodnota.

Kolikrát méně stravenek maminka použije, tolikrát………… je jejich celková hodnota.

Nakonec žákům oznámíme, že této závislosti říkáme přímá úměrnost. Žáci si mohou nový termín zapsat do sešitu.

Situace 2: Jedna lesní dělnice vysadí 280 stromků za 6 dní.

Zeptáme se žáků, jak bychom mohli docílit toho, aby byly stromky vysázeny v kratším čase. Očekáváme, že přijdou na to, že při větším počtu dělnic budou stromky vysázeny dřív. Následně se budeme ptát, jak dlouho bude trvat sázení dvěma a třem dělnicím, a vyzveme žáky, aby si vše zapsali opět do tabulky.

Počet dělnic	1	2	3	4	5	6
Počet dní	6	3	2	1,5	1,2	1

Opět spolu s žáky vyvodíme vztahy mezi údaji, např. z prvního řádku plyne 2 : 4 = 1 : 2, ale ze druhého 3 : 1,5 = 2 : 1, nebo v prním řádku je 3 : 6 = 1 : 2, ale druhý poměr je 2 : 1.

Stejně jako v předchozí situaci žáky vyzveme, aby doplnili následující věty:

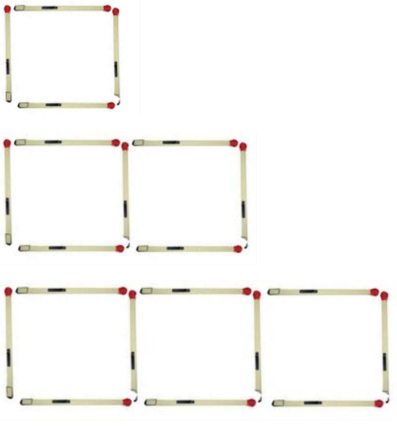
Kolikrát více bude lesních dělnic, tolikrát ……………………….….. dní bude sázení trvat.

Kolikrát méně bude lesních dělnic, tolikrát ………………………... dní bude sázení trvat.

Závislost nazveme nepřímou úměrností.

Situace 3: Ze čtyř zápalek sestavíme čtverec. Přiložte další zápalky ke čtverci tak, aby vznikl další čtverec v jedné řadě, který bude mít s původním čtvercem společnou jednu stranu – jednu zápalku. Kolik zápalek budeme potřebovat na 2, 3, 4,…. čtverce, jestliže budeme pokračovat stejným způsobem jako při vytváření druhého čtverce?

Žáci znázorní danou situaci na tabuli (obr. 3) a povedeme je k sestavení tabulky hodnot.



Obr. 3: Obrázek k úloze se čtverci

Počet čtverců	1	2	3	4	5	6	7		10		20
Počet sirek	4	7	10	13	16	19	22				

Vyzveme žáky, aby v tabulce prozkoumali, zda funguje vztah, který objevili v minulých úlohách. Najdou např. že 1 : 3, ale 4 : 10 = 2 : 5, nebo 4 : 6 = 2 : 3, ale 13 : 19. Poté se žáci pokusí vytvořit podobné formulace jako v předešlých úlohách. Je možné, že žáci řeknou: „Čím více čtverců sestavíme, tím více zápalek potřebujeme." Sami by měli dojít k tomu, že se ale nejedná o úměrnost, protože neplatí rovnost příslušných poměrů.

Učitel může situaci využít dále pro popis zobecněné situace: „Dokázal by někdo vymyslet, jak zjistit počet zápalek potřebných pro sestavení libovolného počtu čtverců (10, 15, 30, 50, 100,….)?" Žáci zřejmě budou nejdříve schopni formulovat rekurentní vztah: „Na každý další čtverec potřebujeme o 3 zápalky více." Teprve později se zřejmě objeví popis pro libovolný člen: „Počet potřebných zápalek zjistíme tak, že k jedničce přičteme tolikrát 3 zápalky, kolik je v řadě čtverců." Završením celého procesu je pak zápis výrazem: počet zápalek = $1+3n$, kde n je počet čtverců. K němu však žáci 7. ročníku dospět nemusí.

Situaci můžeme využít ještě druhým směrem: „Jak přeformulovat tuto úlohu, aby vznikla přímá úměrnost?" Očekáváme, že žáci navrhnou, aby čtverce neměly společnou stranu, ale aby se pokládaly vedle sebe.

Situace 4: Petřík si chce uvařit jedno vajíčko natvrdo. Maminka mu řekla, že se vaří 6 minut. Napadlo ho, jak dlouho by trvalo, kdyby si jich chtěl uvařit víc.

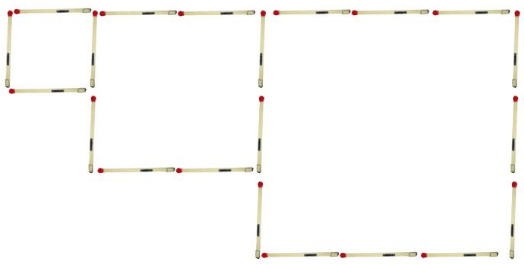
Necháme žáky chvíli řešit úlohu samostatně, pokud budou chtít úlohu řešit tabulkou, necháme je řešit úlohu tabulkou. Žáci by měli dojít k závěru, že se vajíčka vaří stále stejný čas. Upozornění pro učitele: Žáci by mohli chtít diskutovat o velikosti vajíček, případně hrnce.

Zkušenosti

EH: „Většina žáků měla dobrý přehled o tom, co stravenky jsou a jakým způsobem se využívají. Dokonce je měli i někteří u sebe.

U úlohy s dělnicemi měli žáci opět tendenci čísla mezi sebou odčítat místo dělit. Ale jakmile dostali návod, jak úlohu řešit, začalo se jim dařit tabulku vyplňovat. Bohužel jsme zase narazili na nedostatky v numerickém počítání. Tato třída je skutečně velmi slabá.

Žáky velmi bavila úloha se zápalkovými čtverci a mile mě překvapili, že úlohu dokázali modifikovat tak, že vytvořili přímou úměrnost. Vznikala také řešení, která úplně neodpovídala zadání (např. strana jednoho čtverce tvořila jen část strany druhého čtverce, obr. 4). Je dobré s žáky řešení prodiskutovat a zjistit, proč neodpovídá zadání. Bohužel však řešení těchto čtyř úloh v jedné hodině neposkytovalo příliš mnoho prostoru pro diskusi.



Obr. 4: Ukázka nesprávného řešení úlohy o čtverci

Myslím, že pro další hodiny bylo velmi důležité, že jsme již u prvních tabulek začali doplňovat šipky mezi různými sloupci. Přechod na trojčlenku byl pak víceméně plynulý. Pro žáky to pak byl jen jiný zápis toho, co už uměli zapisovat v tabulce.“

PP: „Tady mi opět nevyšla časová dotace, měli jsme ve třídě rozsáhlou diskusi o tom, co je stravenka, jaké jsou další možnosti směny (nepeněžní). Úloha byla pro žáky motivační. Bylo vytvořeno několik „taháků“, které žáci prezentovali u tabule, a následně si zvolili ty nejefektivnější (tabulky vodorovně a svisle).

Úloha číslo 3 byla zadána až následující hodinu (věnovala jsem hodně času diskusi, což doporučuji, odstranili jsme chyby). Někteří z žáků nedokázali přečíst úlohu s porozuměním, dělali chyby při tvorbě obrázku (tito žáci mají stále potřebu manipulovat s dřívky, nedokážou si to představit pouhým nákresem).“

MN: „Ve slabší třídě byli žáci natolik ovlivněni úlohou se stravenkami, a tedy úlohou na přímou úměrnost, že i druhou úlohu chybně vyhodnotili jako úlohu na přímou úměrnost. Po rozklíčování úlohy pak většina žáků byla schopna dopočítat další hodnoty tabulky. U jednoho žáka jsem si všiml následujícího řešení.

dělnice	1	2	3	4	5	6
dny	6	5	4	3	2	1

Žák velmi záhy přišel na to, že jeho úvaha je chybná, a na tabuli již psal správné řešení.“

Poznámka: Úlohy se stihly ve stejné vyučovací hodině jen jednoho z učitelů. Po zvážení doporučujeme nesnažit se během jedné hodiny dělat všechny typy úloh, ale věnovat celou jednu hodinu jen přímé úměrnosti a jednu hodinu nepřímé úměrnosti.

Hodina 3: Žáci si upevňují znalosti řešení slovních úloh pomocí tabulky a sestrojují graf

Úloha 1: Automobil jede průměrnou rychlostí 60 km/h. Urči, kolik kilometrů ujede od chvíle, kdy začneme měřit čas, za 1, 2, 3, 4, 5, 6 hodin.

Situaci popsanou v úloze můžeme rozebírat a diskutovat např. povolenou rychlost auta. V rámci evokace je možno rozebrat, že obvyklá rychlost v obci je 50 km/h a mimo obec 90 km/h, na dálnici pak 130 km/h. V případě dostatku času se můžeme žáků zeptat, co to znamená, že řidič jede průměrnou rychlostí 60 km/h.

Učitel by se mohl zeptat: „Kolik km ujede za jednu hodinu? Kolik za dvě hodiny? Kolik za tři hodiny? Jakým způsobem to vlastně počítáme?“

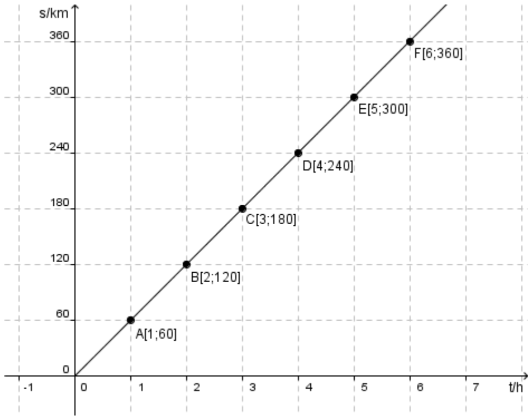
Snažíme se dovést žáky ke vztahu dráha = rychlost · čas. V případě, že třída s tím nebude mít problém, lze přímo dovést žáky k zápisu $s = v \cdot t$ ($s = 60 \cdot t$). Jednotlivé výsledky přehledně zapíšeme. Je pravděpodobné, že žáci na základě předešlých hodin použijí tabulku. Je potřeba žáky upozornit, že je zvyk psát nahoru dosazované hodnoty a dolů výsledky.

t (čas)	1	2	3	4	5	6
$s = 60 \cdot t$	60	120	180	240	300	360

Vyzveme žáky, aby ověřili rovnosti příslušných poměrů. Do tabulky přidáme ještě jeden sloupec a chceme dopočítat odpovídající hodnotu. Žáci asi přijdou na možnost dopočítat hodnotu přes „jednotku“. Pokud nenavrhnou možnost využít poměr, navrhne ji učitel.

t (čas)	1	2	3	4	5	6	12
$s = 60 \cdot t$	60	120	180	240	300	360	

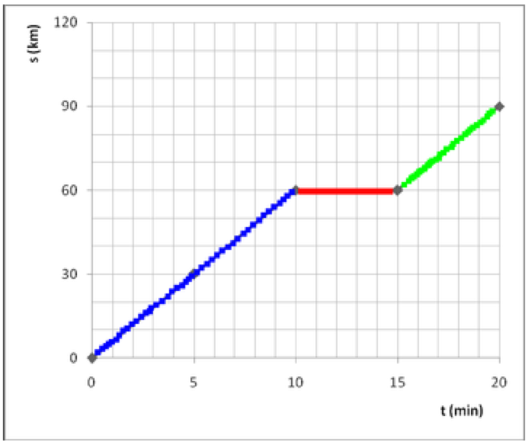
Sestrojíme graf dané závislosti. Žákům je potřeba říci, že je zvykem dávat na osu x nezávisle proměnnou a na osu y závislou proměnnou. Je možno taktéž řešit, zda má smysl body propojovat, a jak by vypadala úloha, kde to smysl nemá (např. závislost celkové ceny zboží na počtu kupovaných kusů).



Obr. 5: Graf k úloze na přímou úměrnost

Z grafu např. odečteme, jak dlouho pojede auto vzdálenost 150 km, a vyzveme žáky, aby navrhovali, co dalšího se dá z grafu vyčíst.

Úloha 2: Co může popisovat následující graf? Jakou situaci popisuje červená část grafu?

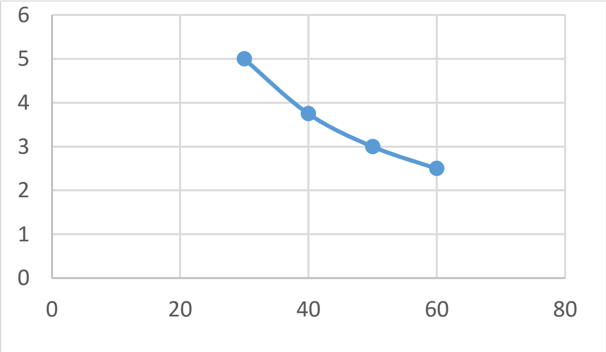


Cílem úlohy je, aby se žáci učili číst údaje z grafu. Jedná se o závislost dráhy na čase, tedy červená oblast grafu znamená, že auto stojí.

Úloha 3: Auto má ujet 150 km. Urči, jak dlouho pojede, pojede-li průměrnou rychlostí 30, 40, 50, 60 km/h.

Sestavíme graf a tabulku nepřímé úměrnosti:

Rychlost (km/h)	30	40	50	60
Čas (h)	5	3,75	3	2,5



Obr. 6: Graf k úloze na nepřímou úměrnost

Žáci mohou mít problém se spojováním bodů v grafu; budou mít tendenci je spojovat úsečkami či graf „linearizovat" (viz obrázek dole). Po vynesení bodů spojujeme hladkou „nelomenou" čarou.

Stejně jako v předchozí situaci vedeme žáky k odečítání údajů z grafu: „Odhadněte na základě grafu dobu jízdy při rychlosti 120 km/h. Svůj odhad ověřte výpočtem."

Další úlohy

Na šňůře visí 12 ručníků. Jeden ručník uschne za čtvrt hodiny. Za jak dlouho uschne 2, 3, 4, 5 ručníků? V obchodě stojí 12 vajec 36 Kč. Kolik korun stojí 1, 2, 3, 4, 5 vajec? Určete z grafu, kolik by stálo 17 vajec, a ověřte výpočtem.

Zkušenosti

EH k úloze 1: „Ve slabší třídě bylo poměrně náročné najít nějaké závislosti v rámci tabulky. Ale v okamžiku, kdy jsme našli jednu závislost, další už byly jednoduché. Žáci potřebovali velké množství návodných otázek."

MN k úloze 1: „Na naší škole se téma grafů propojilo s dalšími předměty (ve fyzice žáci tvořili první graf z naměřených hodnot, v informatice grafy vytvářeli v MS Excelu)."

PP k úloze 1: „Graf jsem ještě nezadala. Nechávala jsem stále prostor k diskusi o výpočtech a možnostech řešení."

MN k úloze 2: „Žákům chvíli trvalo, než se oprostili od rychlosti a uvědomili si, že jde o graf závislosti dráhy na čase. Poté již nebyl problém rozklíčovat, že auto stojí."

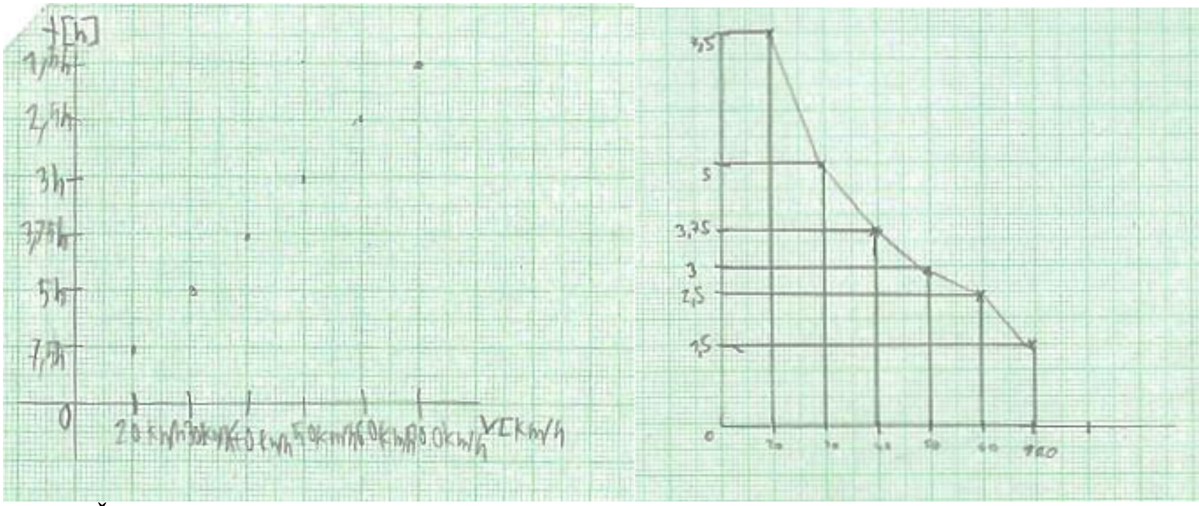
EH: „Tyto tři úlohy mi zabraly celou hodinu a další jsme už nestihli. Graf měli žáci udělat za domácí úkol. Příjemné překvapení bylo, že většina žáků měla další hodinu z domova správně vynesené jednotlivé body. Při spojování však zaváhali a raději nechali body izolované. Ve škole jsme si pak graf (část hyperboly) vytáhli společně. Na závěr jsem se zkusila dětí ptát ještě na další rychlosti i časy. Zklamáním bylo, že žáci měli velké starosti s odpovědí i na velmi jednoduchou otázku: ‚Jakou rychlostí musíme jet, abychom byli v cíli za dvě hodiny?' a na další podobné.

Velmi mile mě naopak překvapilo, že dětem nedělalo vůbec starosti čtení z existujícího grafu. Téměř okamžitě objevily, že v konstantní části grafu auto stojí na místě, a dokázaly určovat i vzdálenosti v závislosti na čase."

MN: „U úlohy 3 na nepřímou úměrnost byla snaha některých žáků napasovat ji na rámec přímé úměrnosti. Dále pak při tvorbě grafů měli někteří žáci tendenci hodnoty linearizovat (viz obrázek). Ve druhé třídě jsem důsledně dbal na to, abych jim znovu připomněl, jak popsat osy.

Pokud chce učitel stihnout všechny tři typy úloh, je potřeba, aby nenechával příliš velký prostor pro diskusi. U úlohy na nepřímou úměrnost byla snaha některých žáků napasovat ji na rámec přímé úměrnosti. Dále pak při tvorbě grafů měli někteří žáci tendenci hodnoty linearizovat.

Z doplňkových úloh jsme stihli jen úlohu na sušení ručníků. Bylo třeba odlišit, zda se ručníky věšely postupně, nebo naráz, a konfrontovat danou situaci s realitou. Byla k tomu docela diskuse."



Obr. 7: Žákovské grafy k úloze na nepřímou úměrnost

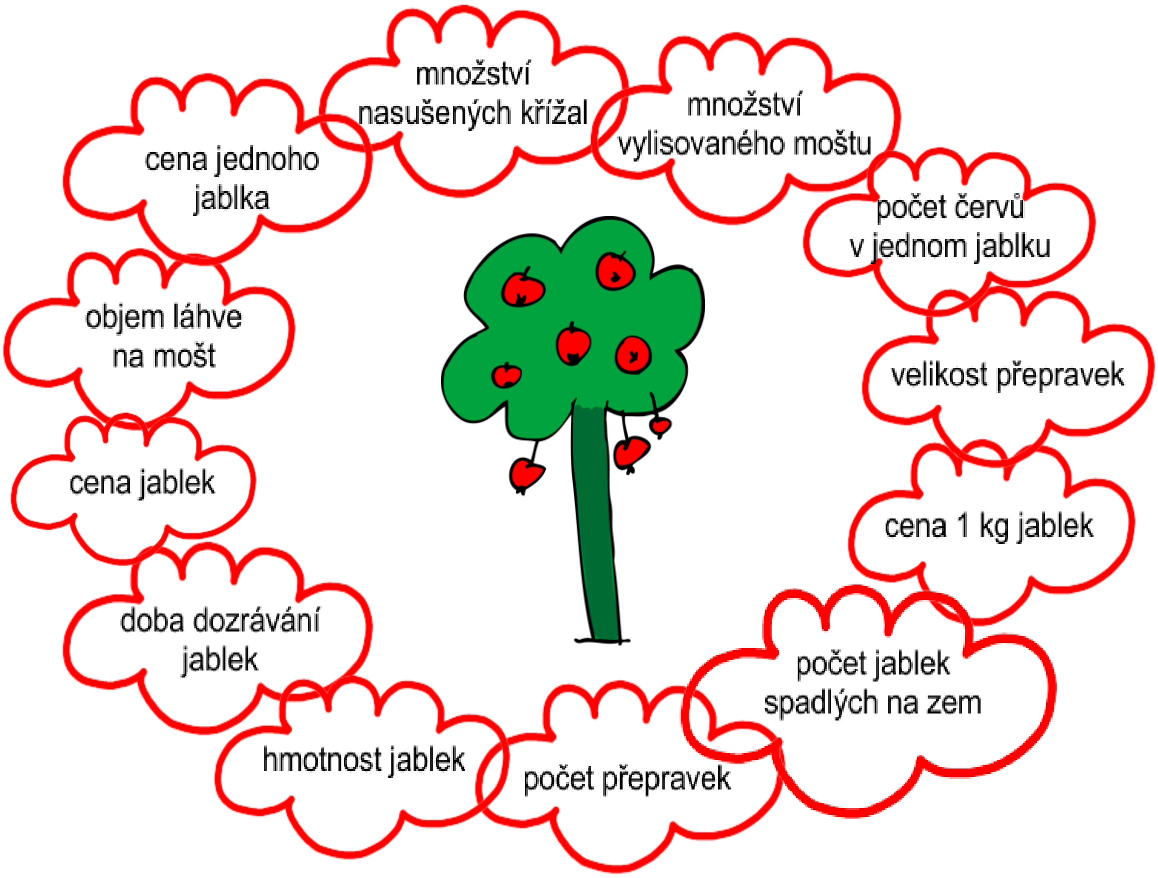
Hodina 4 a 5: Žáci se budou snažit formulovat na základě podnětů úlohy na úměrnosti

Úkol 1: Učitel namnoží pracovní listy (viz dole), z nichž si žáci vyberou jeden a hledají na obrázku závislosti mezi jednotlivými veličinami. Závislosti zapisují a poté obhajují před ostatními.

Pokud budou mít žáci problémy, učitel jim může klást otázky. Např. k situaci o rychlosti: „Cena benzínu se během jízdy zvýšila; je to vlivem ceny auta, nebo zvýšenou rychlostí? Má celková ujetá vzdálenost autem vliv na jeho cenu? Souvisí množství koupeného benzínu s ujetou vzdáleností bez dokupování benzínu? Určuje cena auta celkovou ujetou vzdálenost? Při koupi auta se budeme zajímat hlavně o spotřebu na 100 km, nebo o rychlost auta? Jestliže pojedeme jen 40 kilometrů, je třeba sledovat spotřebu auta na 100 km? Výrobce automobilů udává spotřebu na 100 km. Proč neudáváme průměrnou spotřebu na kratší vzdálenost?"

Úkol 2: Vyber tři ze svých vztahů a vymysli nějakou slovní úlohu s využitím každého z nich.

Spoj v obrázku modrou čarou dva obláčky, které spojuje přímá úměrnost, zelenou barvou dva obláčky, mezi kterými je nepřímá úměrnost, černou barvou obláčky, mezi kterými není ani přímá, ani nepřímá úměrnost. Šipky očísluj. (Pokus se najít alespoň dvě až tři spojnice od každé barvy.)



Ke každé své šipce napiš na následující linky vysvětlení. Vyznač číslo šipky.

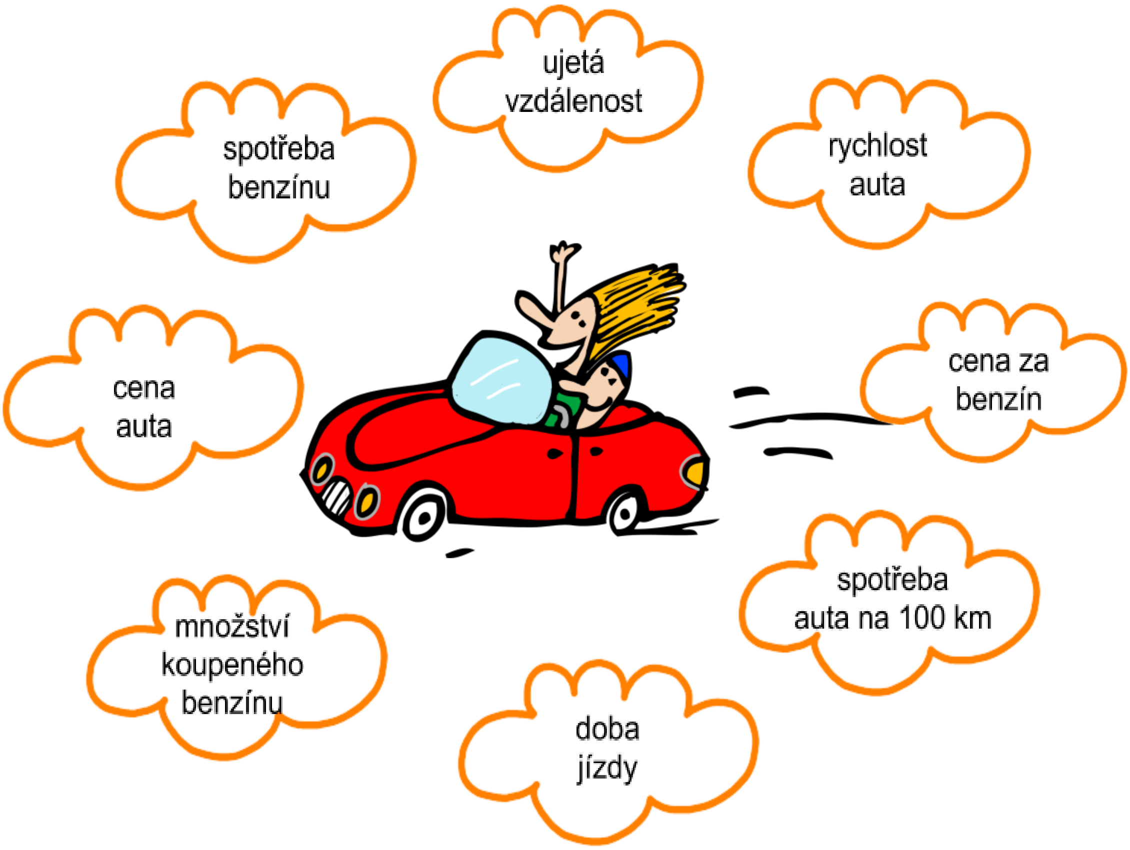
1) ____

2) ____

3) ____

4) ____

Spoj v obrázku modrou čarou dva obláčky, které spojuje přímá úměrnost, zelenou barvou dva obláčky, mezi kterými je nepřímá úměrnost, černou barvou obláčky, mezi kterými není ani přímá, ani nepřímá úměrnost. Šipky očísluj. (Pokus se najít alespoň dvě až tři spojnice od každé barvy.)



Ke každé své šipce napiš na následující linky vysvětlení. Vyznač číslo šipky.

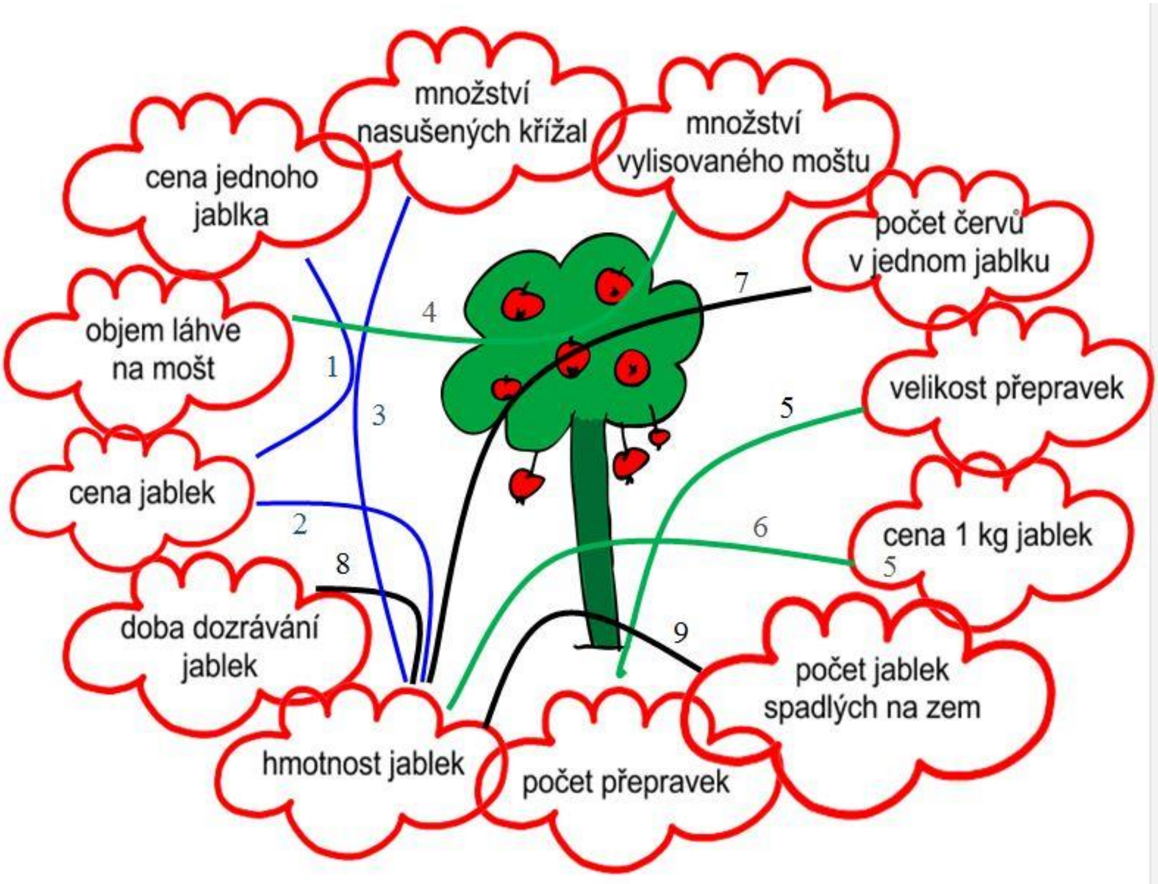
1) ____

2) ____

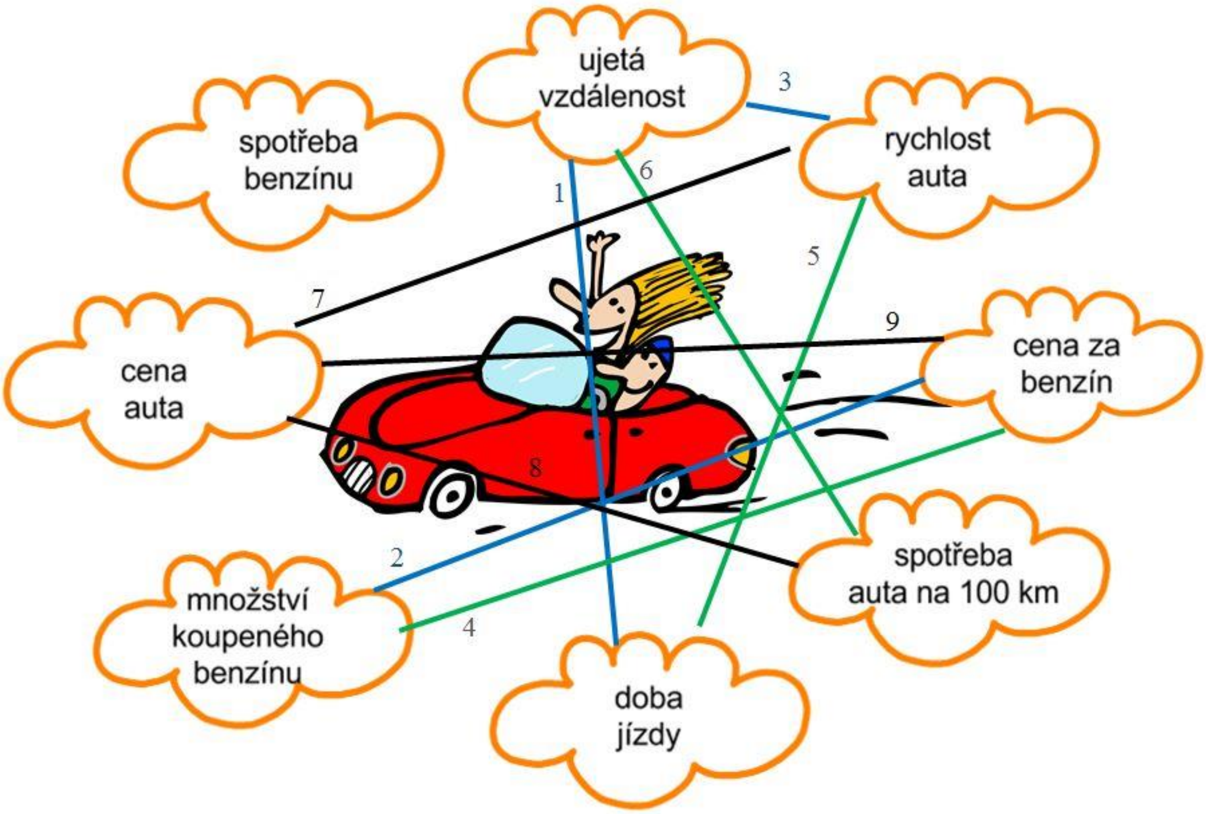
3) ____

4) ____

Možná řešení



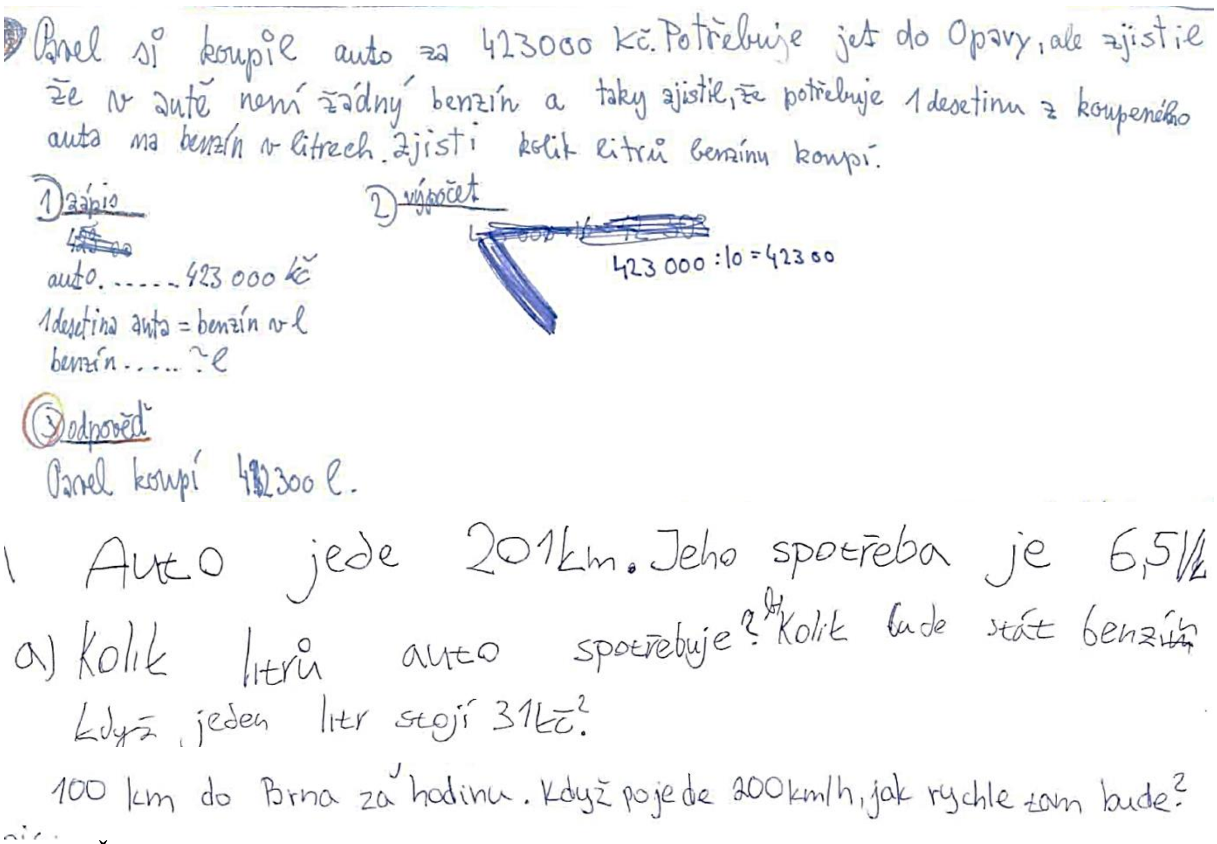
1. Kolikrát dražší bude jedno jablko, tolikrát více za jablka celkem zaplatíme.
2. Kolikrát více jablek koupíme, tolikrát více za ně zaplatíme.
3. Kolikrát více jablek budeme sušit, tolikrát více křížal budeme mít.
4. Chceme-li vylisovaný mošt natočit do lahví, potřebujeme více menších lahví.
5. Na přepravu načesaných jablek budeme potřebovat více menších přepravek nebo méně větších přepravek.
6. Za 100 Kč si budeme moci koupit méně dražších jablek a více levnějších jablek.
7. Ve dvojnásobném množství jablek nemusí být dvojnásobek červů.
8. Větší množství jablek nedozrává déle než jedno jablko.
9. Z většího množství jablek jich nemusí nutně spadnout více na zem.



1. Kolikrát déle pojedeme konstantní rychlostí, tolikrát dál dojedeme.
2. Kolikrát více benzínu koupíme, tolikrát více peněz zaplatíme.
3. Kolikrát rychleji pojedeme, tolikrát dál se v konstantním čase dostaneme.
4. Kolikrát je benzín dražší, tolikrát méně si ho budu moci za 1000 Kč koupit.
5. Kolikrát větší rychlostí pojedeme, tolikrát kratší čas budeme na cestu potřebovat.
6. Kolikrát větší spotřebu naše auto má, tolikrát kratší vzdálenost ujedeme na plnou nádrž.
7. 2x dražší auto nejezdí 2x rychleji.
8. Dražší auto nemusí mít nižší ani vyšší spotřebu.
9. Cena auta neovlivňuje cenu benzínu.

Zkušenosti

MN: „Propojování obláčků černou čarou (které spolu nesouvisí) bylo možná základem problémů při tvorbě úloh, které nejsou zaměřeny ani na přímou, ani na nepřímou úměrnost. Žáci tvořili zpravidla úlohy nesmyslné (viz obrázek), nikoliv úlohy, které nejsou typově ani přímá a ani nepřímá úměrnost. Žáci si sami vybrali ve skupinkách tři úlohy, každá měla být na jiný typ závislosti (přímá, nepřímá, ani jedno). Pak je ve skupince řešili. Obecně byla tvorba slovních úloh pro některé žáky spíše obtížnější a úlohy neformulovali jednoznačně.“

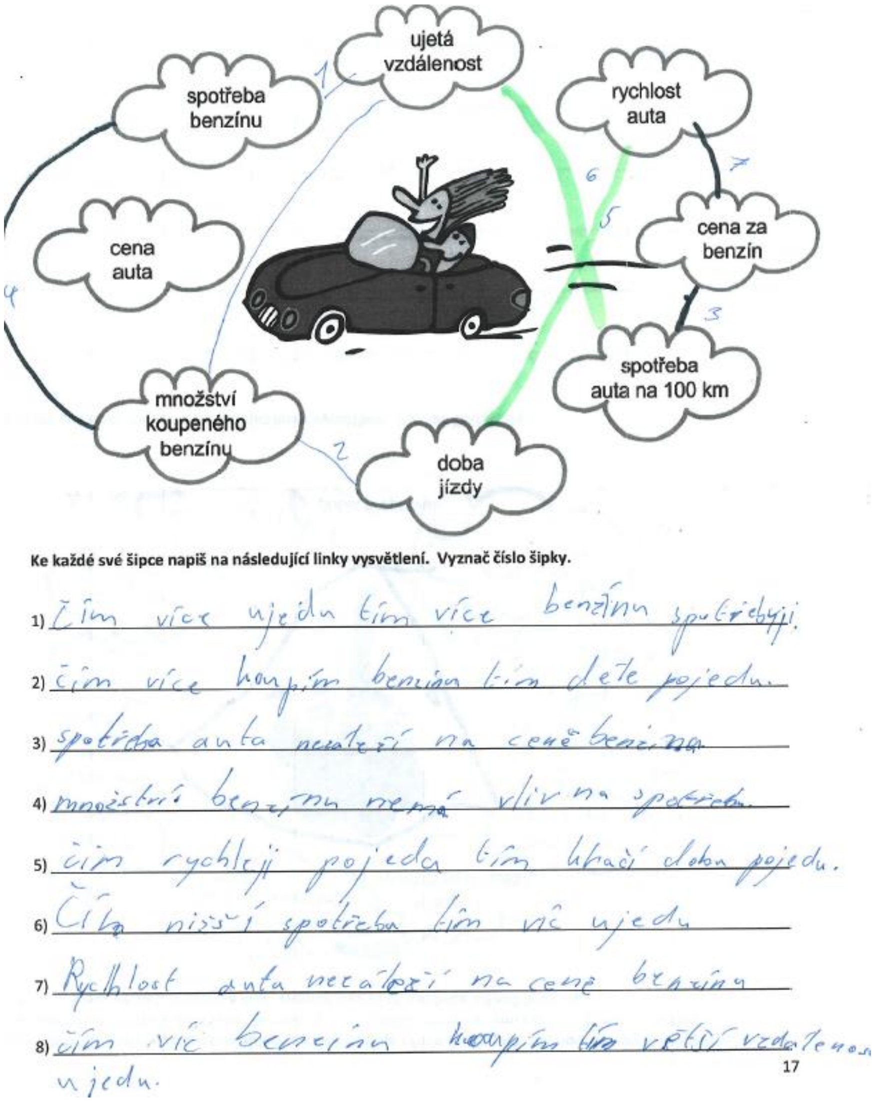


Obr. 8: Žákovské návrhy úloh

EH: „Žáci si převážně vybrali úlohu s autíčky. To bylo patrně způsobeno tím, že už podobné úlohy řešili. I proto by bylo dobré aktivitu zařadit až po některých dalších typových úlohách. Při objasňování dětmi nalezených vztahů jsem nechala děti vztahy popisovat pomocí formulky ‚Čím … tím…‘. Byla jsem ráda, že děti skutečně některé vazby našly a obhájily si je. Myslím, že v tu chvíli zjednodušená formulace nevadila. Když jsme pak vztahy popisovali písemně, již jsme používali korektní formulaci ‚Kolikrát …, tolikrát…‘."

PP: „Při hodině jsme stihli pouze úlohu se stromem, autíčková byla za domácí úkol (některé návrhy žáků jsou na obrázku 9). Při tvorbě větiček se nám docela zúročila první vyučovací hodina (prevýroková). Také bylo velice podstatné, že jsme u každé úlohy na přímou a nepřímou úměrnost každý příklad ukončili větičkou, která vyjadřovala vztah, který jsme právě počítali (např. tolikrát více ..., tolikrát méně)."

Poznámka: Nad některými vztahy bylo potřeba delší dobu diskutovat, aby všichni pochopili, jak je daná závislost myšlena. Především proto, že dva stejné obláčky lze propojit různými barvami – podle toho, jak je vztah myšlen. Po zkušenostech s realizací doporučujeme tuto hodinu zařadit až později v sérii hodin, až budou mít žáci ještě více zkušeností.



Obr. 9: Žákovské řešení situace s autíčky

Hodina 6: Ověření, jak žáci řeší úlohy na úměrnosti. Žáci používají trojčlenku.

Do této hodiny zařazujeme testovou úlohu, abychom si ověřili, jak žáci dosud problematice rozumí.

Test: Tři dělníci vykopou příkop za 6 dní. Za kolik dní udělá tutéž práci devět dělníků?

Nepovinná úloha: Zapiš číslo 12 několika způsoby jako součin dvou kladných čísel. Je první činitel přímo, anebo nepřímo úměrný druhému činiteli?

Další úlohy v této hodině jsou záměrně poměrně jednoduché. Na nich povedeme žáky k uvědomění, že proces řešení úloh na úměrnosti lze zapsat stručným způsobem, který nazveme trojčlenka.

Situace 1: „Za kolik korun se dají koupit žvýkačky?“ Žáci navrhují ceny, na jejichž základě sestavíme úlohu. Název žvýkačky můžeme uvést fiktivní, abychom nedělali reklamu nějaké značce. Dejme tomu, že by cena jedné žvýkačky byla asi 12 Kč. „Jedna žvýkačka BOBO stojí 12 Kč. Sestavte tabulku závislosti ceny žvýkaček na počtu kusů.“

Ks	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena	12	24	36	48	60	72	84	96

Na následující otázky by žáci měli umět bez problémů odpovědět: „O jakou úměrnost se jedná? V jakém poměru je počet 2 a 3 kusů? V jakém poměru je cena 2 a 3 kusů? V jakém poměru je počet 2 a 6 kusů? V jakém poměru je cena 2 a 6 kusů?“

Možná bude potřeba žákům připomenout, aby poměry zkrátili na základní tvar.

Dále uvažujeme takto: „Zkusíme nyní vlastnosti přímé úměrnosti využít pro řešení úlohy bez použití tabulky. Čtyři balíčky žvýkaček stojí 48 Kč. Kolik bude stát 13 balíčků žvýkaček?“

Uděláme si zápis:

4 balíčky …………….. 48 Kč

13 balíčků …………… *b* Kč

Kolikrát víc koupíme balíčků, tolikrát víc peněz zaplatíme. To naznačíme pomocí šipek (jako jsme to dělali u tabulek):

↑ 4 balíčky …………….. 48 Kč ↑

13 balíčků …………… *b* Kč

V jakém poměru je počet balíčků? 13 : 4

V jakém poměru je cena? *b* : 48

Jedná se o přímou úměrnost, tyto poměry se tedy rovnají. 13 : 4 = *b* : 48

Nyní se dostáváme k jednoduché rovnosti, se kterou už umíme počítat. Žáci zpravidla ještě neumějí řešit rovnice, proto postupujeme pomocí rozšiřování poměrů.

13 : 4 = *b* : 48, poměr je potřeba rozšířit 12 krát (48 : 4 = 12)

Tedy (13 · 12) : (4 · 12) = b : 48 a z toho 156 : 48 = b : 48 a b = 156.

Odpověď: „Za 13 žvýkaček zaplatíme 156 Kč.“

Podobnou úvahu provedeme pro nepřímou úměrnost. Žáci mohou opět úlohu vymyslet sami nebo učitel nějakou zadá. Může např. využít situaci 2.

Situace 2: Jedno čerpadlo naplní nádrž za 420 minut. Zkoumejte, jak dlouho bude trvat naplnění nádrže, když budeme mít více čerpadel.

Sestavíme přehlednou tabulku.

Počet čerpadel	1	2	3	4	5	6	7	
Čas	420	210	140	105	84	70	60	

Stejně jako v předchozí situaci provedeme žáky řešením úlohy pomocí otázek a dílčích úkolů: „Vyjádři poměrem 2 a 3 čerpadla.“ (Pozn. Je potřeba dát pozor, aby žáci nezaměňovali pořadí členů – mohlo by se to nabízet, aby „to vyšlo“.)

V jakém poměru je čas napouštění nádrže, pokud zapojíme 2 a 3 čerpadla? 210 : 140 = 3 : 2

Vyjádři poměrem 2 a 5 čerpadel. 2 : 5

V jakém poměru je čas napouštění nádrže, pokud zapojíme 2 a 5 čerpadel? 210 : 84 = 5 : 2

Kolikrát zvýšíme počet čerpadel, tolikrát zkrátíme dobu, po kterou se bude nádrž napouštět. To je obrácený poměr.

Zkusíme využít této vlastnosti pro sestavení rovnosti poměrů pro řešení úlohy: Tři čerpadla napustí nádrž za 140 minut, za jak dlouho ji naplní 21 stejně výkonných čerpadel?

Uděláme si zápis podobně jako v minulé úloze

3 čerpadla …………….. 148 min

21 čerpadel …………… c min

Kolikrát více čerpadel zapojíme, tolikrát kratší čas je třeba na napuštění nádrže. Tento fakt opět vyznačíme šipkami:

3 čerpadla …………….. 148 min ↑

↓ 21 čerpadel …………… c min

Poměr a převrácený poměr se musejí rovnat, protože se jedná o nepřímou úměrnost.

$$3 : 21 = c : 140$$

Poměr rozšíříme číslem 20/3. $\quad (3 \cdot \frac{20}{3}) : (21 \cdot \frac{20}{3}) = c : 140$

Tedy dostaneme 20 : 140 = c : 140 a z toho c = 20 minut.

Odpověď: „Jednadvaceti čerpadly se napustí nádrž za 20 minut.“

Situace 3: Představte si čtverec o délce strany 1 cm. Co když budeme zvětšovat délku strany a zjišťovat obsah? Bude se jednat o přímou, anebo nepřímou úměrnost?

Možná bude potřeba navést žáky na pravidlo: „kolikrát více, tolikrát více“, „kolikrát více, tolikrát méně“. Můžeme pokládat např. otázky: „V jakém poměru jsou délky stran 2 cm a 3 cm? V jakém poměru jsou odpovídající obsahy? V jakém poměru jsou délky stran 3 cm a 6 cm? V jakém poměru jsou odpovídající obsahy? Jaký můžeme vyvodit závěr? Existuje u této úlohy také nějaké pravidlo s poměrem?“

Žáci sestaví tabulku a měli by dojít k závěru, že se nejedná o žádnou z úměrností.

Délka strany	1	2	3	4	5	6	7	
Obsah	1	4	9	16	25	36	49	

Zkušenosti

MN: „V této hodině byla stěžejní trojčlenka. Měl jsem snahu na ni přejít z tabulky – jako jiný zápis, s tím, že se nevypisují zbytečné údaje, ale jen ty, které jsou pro výpočet důležité. Předpokládal jsem, že na šipky budou žáci zvyklí (nějakou formou) z předchozích úloh. Po počáteční neochotě přejít na trojčlenku (žákům přišla zbytečná, když už vědí výsledek) žáci neměli zásadní problém postup pochopit. Měli už základy z řešení lineárních rovnic z prvního pololetí, takže samotný výpočet trojčlenky už nebyl problém. U jednoho žáka jsem si všiml naučeného (zřejmě z domu) zkratkovitého pravidla, které jsme se učili i my na základní škole (‚nejdřív krát, potom děleno‘).“

PP: „Trojčlenka nedělala vůbec žádný problém. Okamžitě přistoupili na novou možnost řešení. Na tuto hodinu jsem dala podmínku, že můžeme řešit pouze tímto způsobem. Ovšem je fakt, že tato třída prošla na prvním stupni výukou podle učebnic prof. Hejného a i na druhém stupni pracuje s typy úloh, které vychází z Hejného matematiky (umějí tedy řešit rovnice).“

EH: „Dětem zavedení trojčlenky vůbec nedělalo starosti. Šipky jsme využívali již u tabulek. Naopak většině dětí se ulevilo, že dostávají přesný návod, jak úlohy řešit. Problémy jsme měli s úpravou poměrů. Žáci ještě neumí řešit rovnice a mají stále problémy se zlomky. Problémy mají žáci i s písemným dělením. Sestavení výrazu pomocí šipek a rozpoznávání typů úměrnosti žákům problémy nedělalo, ale pak jsme měli opět problémy s numerikou.“

Hodina 7 a 8: Žáci si upevňují dovednost řešit úlohy na úměrnosti

Úloha 1: Plně zatížené nákladní taxi uveze 160 krabic po 15 kg. Při další jízdě nakládali krabice o hmotnosti 12 kg. Kolik jich naložili, jestliže hmotnost nákladu byla při obou jízdách stejná?

Úloha 2: Plný plot je vytvořen z 1 375 latěk širokých 6 cm. Kolik latěk širokých 55 mm by bylo třeba na zhotovení plotu stejné délky?

Úloha 3: Krychle s délkou hrany 4 dm je poskládána z 8 kostek. Určete délku hrany krychle poskládané z 27 stejných kostek.

Úloha 4: 75 metrů hliníkového drátu má hmotnost 6 kg. Jakou hmotnost má 240 m stejného drátu?

Úloha 5: Přítokem nateče do nádrže každou sekundu 75 litrů vody. Za jak dlouho se naplní nádrž o objemu 105 hl?

Úloha 6: V zámečnické dílně by celou zakázku zhotovili na 8 frézách za 12 dní. Před započetím práce museli kvůli opravě odstavit dvě frézy. Za jak dlouho zhotoví zakázku na zbývajících frézách?

Zkušenosti

MN: „První úlohu jsme zpracovávali tak, že jsem žáky nechal vypracovat zápis a pak svůj zápis zapsal na tabuli (někteří žáci chtěli postupovat dál samostatně). Pak jsme si společně určili, o jaký typ úlohy se jedná. Pak měli za úkol napsat rovnost poměrů. Opět žáci nejprve pracovali samostatně a pak jeden z žáků rovnost poměrů zapsal na tabuli. Daný vztah žáci řešili buď jako rovnost poměrů, anebo jako rovnici (vzhledem k tomu, že jednoduché rovnice žáci již umějí řešit). Jako návrh řešení – na tabuli – padl řešit jako rovnost poměrů. Podobným způsobem jsme řešili úlohu na nepřímou úměrnost.

Zajímavé při řešení rovnosti poměrů $n : 160 = 15 : 12$ bylo, že žáci přišli na fakt, že 12 je třeba vynásobit periodickým číslem, abychom dostali 160. Jako jeden z dalších návrhů bylo řešit tuto rovnost jako rovnici – tím jsme se danému problému vyhnuli. V jedné třídě jsme pak došli i k závěru, že pokud se poměr 15 : 12 zkrátí na základní tvar, nenastane problém s prací s periodickým číslem.“

PP: „Při řešení úloh pomocí trojčlenky jsem nezaznamenala žádný podstatný problém. Pro žáky s poruchami učení jsem musela pouze číst texty nahlas (dvakrát). Myslím si, že důvod je ten, že jsme věnovali velkou péči přípravám na výpočty (výrokové věty z prvních hodin). Žáci si ujasnili, co se děje, když se něco zmenšuje či zvětšuje. V tabulkách jsme používali šipky, které pomáhaly určovat přímou a nepřímou úměru. Díky těmto přípravným aktivitám nedocházelo k častým chybám.“

EH: „V této hodině jsme úlohy řešili společně. Žáci dostali vždy prostor proto, aby se nad úlohou zamysleli, ale na tabuli pak vždy vznikalo společné řešení využívající trojčlenku, aby si žáci její sestavování zafixovali.“

Závěrečný test

Úloha 1: V následujících tvrzeních škrtněte chybné slovo:

Kolikrát více sušenek koupím, tolikrát více/méně zaplatím.

Kolikrát méně vyjede kombajnů na dané pole, tolikrát větší/menší rozlohu každý z nich poseká.

Kolikrát více kombajnů vyjede posekat dané pole, tolikrát delší/kratší bude doba jejich práce.

Kolikrát pomaleji cyklista pojede, za tolikrát kratší/delší dobu danou vzdálenost ujede.

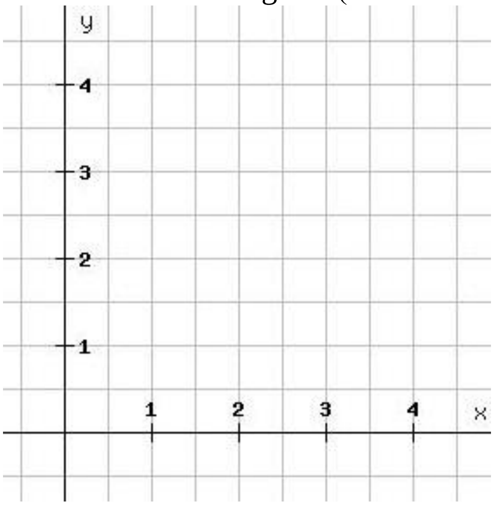
Úloha 2: Doplňte tabulku tak, aby se jednalo o přímou úměrnost.

	3	4	
		120	150

Úloha 3: Anička zjistila, že třemi kroky naměří vzdálenost 1,5 m. Doplňte tabulku.

Kroky	1	2	3	4
Vzdálenost				

Zaneste dané informace do grafu (označte i osy).



Úloha 4: Na vůz bylo naloženo 78 beden, každá o hmotnosti 19 kg. Kolik beden o hmotnosti 6 kg mohou naložit, má-li mít celkový náklad stejnou hmotnost?

Úloha 5: Do školy se 150 dětmi chodí 60 chlapců. Jaký je poměr počtu chlapců a počtu dívek?

Úloha 6: Malíři vymalovali 2 pokoje. Aby řádně vyschly, musí počkat 8 hodin. Kolik hodin by museli počkat, kdyby vymalovali 8 pokojů (schnutí pokojů by probíhalo za stejných podmínek)?

Zkušenosti

MN: „U úloh 1 až 3 nevznikaly, až na výjimky, zásadní problémy. V úloze 3 žáci často chybovali v důsledku nedostatečného přečtení zadání (předpokládali, že 1,5 je jeden krok – v zadání jsou však uvedeny tři). Úlohy 4 až 6 byly pro žáky výrazně problematičtější, zvláště pak úloha na nepřímou úměrnost. Úlohu 6 bych z testu příště vyřadil. Během psaní testu bylo na tuto úlohu takové množství dotazů, že mi nepřipadá účelné tuto úlohu použít, řada dotazů pak do značné míry připravila žáky o nutnost použít jistou matematickou představu problému."

Závěr

Na rozdíl od ostatních týmů jsme si stanovili za cíl připravit ucelenou přípravu celého tematického bloku, nejen konkrétní vyučovací hodiny. Důvodem byl i fakt, že jsme si vybrali náročné téma, které se nedá probrat během několika málo hodin. Na jedné straně nám to umožnilo mít představu o celém procesu a jednotlivé fáze výuky na sebe vhodně navázat, na straně druhé to bylo značně náročné na zpracování. Netvrdíme, že naše příprava je ta nejlepší možná. Výuku jsme se snažili koncipovat tak, aby žáci co nejvíce pracovali sami. Ne vždy se nám to dařilo, v každém případě jsme však získali zkušenosti, abychom při příští výuce tématu mohli naši přípravu ještě vylepšit.

Závěrem si dovolíme osobní poznámku o naší účasti v projektu „Lesson study".

MN: „Některé etapy projektu byly pro nás velmi náročné, a to nejen časově. Pokud bych však měl možnost do podobného projektu znovu vstoupit, určitě bych to udělal. Celý projekt mne zase posunul o kousek dál a nastínil směr, kterým bych se mohl dát. Především rozbory videoukázek mi pomohly vnímat hodinu z hlediska potenciálu ať už využitého, nebo promarněného. Skupinová práce při přípravě lekce nás pak obohatila o jiný, netradiční pohled na daný problém, a tím nás vytrhla ze stereotypů, do kterých mám občas tendence při přípravě sklouzávat."

PP: „Vážím si toho, že jsem byla oslovena a měla možnost spolupracovat s novými kolegy. Naše spolupráce byla pro mě osobně velice obohacující a utvrdila mě v tom, že čím větší prostor dáme žákům tvořit a vymýšlet různé modelové matematické situace, tím více je bude matematika bavit."

EH: „Zpočátku jsem k projektu přistupovala s poměrně velkou nedůvěrou. Pochybovala jsem, že se tři učitelé, kteří se vzájemně neznají a každý z nich učí zcela jiným způsobem na třech rozdílných školách s jiným obsahem ŠVP, mohou domluvit na obsahu jedné, nebo dokonce několika vyučovacích hodin. V průběhu uskutečněných schůzek mě ale práce na projektu začala bavit. Bylo velmi zajímavé a příjemné sledovat, jakým způsobem se hodiny postupně vyvíjely. Tím, že jsme skutečně každý jiný, nacházeli jsme problémy na různých místech. Teprve postupně jsme si museli přiznat, že sporné momenty by skutečně mohly vzniknout v různých chvílích.

Bohužel jsem kvůli okolnostem do projektu vstupovala s velmi slabou třídou (děti mají problémy s numerickým počítáním, s promýšlením postupů,…). Její žáci čekají na přesně stanovená pravidla, jak úlohy řešit, ale později se vytoužené postupy ani nenaučí, a tak v hodinách většinou nenavazujeme, ale spíše stále opakujeme. V této třídě máme také problémy s komunikací. Do loňského roku do třídy docházeli dva velmi slabí žáci, kteří se ostatním za nesprávné názory posmívali, a tak je zvednutá ruka ve třídě i přes snahu vyučujících o nápravu velkou vzácností. Přes všechny problémy se domnívám, že minimálně práce ve skupinách byla pro děti zajímavá a požadované souvislosti si skutečně uvědomily.

Práce na projektu i jeho samotná realizace mě velmi bavila a byla pro mě vskutku přínosná. Byla bych moc ráda, kdyby se myšlenka „lesson study“ šířila dál, a to nejen mezi učiteli matematiky, protože si myslím, že vznikají přípravy, které „nutí“ děti při hodinách myslet a spolupracovat. Tedy přesně to, co se od dnešních dětí bude jednou očekávat.

Na závěr bych ještě ráda poděkovala paní Vondrové, která nás přiměla k soustavné práci. Neměla to s námi vůbec jednoduché. Zároveň bych ráda poděkovala za seznámení s báječnými kolegy.“

Literatura

Bitnerová, H. a kol. (2008). *Matematika 7. ročník. Aritmetika*. Praha: Fraus.

Hejný, M., Kuřina, F. (2009). *Dítě, škola, matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování matematice.* Praha: Portál.

Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N. (Eds.) (2004). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: PedF UK v Praze.

Odvárko, O., Kadleček, J. (2012). *Matematika pro 7. roč. ZŠ – 2. díl (Poměr, přímá a nepřímá úměrnost).* Praha: Prometheus.

Seznam zkratek

RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

ŠVP – Školní vzdělávací program

EH – Eva Holá

MN – Martin Novák

PP – Petra Prokopová Machalová

ZŠ – Základní škola

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ