



# Mezinárodní výzkum **PISA 2012**



Matematická gramotnost  
Úlohy z šetření PISA 2012



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Česká školní  
inspekce



# **MATEMATICKÁ GRAMOTNOST ÚLOHY Z ŠETŘENÍ PISA 2012**

**VLADISLAV TOMÁŠEK  
MILOSLAV FRÝZEK**

**ČESKÁ ŠKOLNÍ INSPEKCE  
PRAHA 2013**

Tato publikace byla vydána jako plánovaný výstup projektu **Kompetence I** spolufinancovaného Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

© Vladislav Tomášek, RNDr. Miloslav Frýzek, 2013

© Česká školní inspekce, 2013

ISBN 978-80-905632-1-6

ÚVOD.....	6
<b>1 ÚLOHY POUŽITÉ V HLAVNÍM ŠETŘENÍ.....</b>	<b>7</b>
ÚLOHA 1 PLACHTÍCÍ NÁKLADNÍ LODĚ.....	9
ÚLOHA 2 HITPARÁDA .....	12
ÚLOHA 3 KOUPĚ BYTU .....	15
ÚLOHA 4 TURNIKETOVÉ DVEŘE.....	17
ÚLOHA 5 RYCHLOST INFUZE .....	20
ÚLOHA 6 ZÁLIVKA.....	23
ÚLOHA 7 BICYKLY (JÍZDNÍ KOLA) .....	24
ÚLOHA 8 VÝŠKA.....	27
ÚLOHA 9 SKLÁDÁME KNÍŽKU .....	30
ÚLOHA 10 POHLED NA VĚŽ .....	32
ÚLOHA 11 PROJÍŽDKA AUTEM .....	34
<b>2 ÚLOHY Z PILOTÁŽE.....</b>	<b>37</b>
ÚLOHA 1 USB FLASH DISK.....	38
ÚLOHA 2 MP3 PŘEHRÁVAČE.....	41
ÚLOHA 3 TUČŇÁCI.....	44
ÚLOHA 4 VÝSTUP NA MOUNT FUJI.....	48
ÚLOHA 5 PRÁZDNINOVÝ BYT .....	51
ÚLOHA 6 PŮJČOVNA DVD .....	54
ÚLOHA 7 KTERÉ AUTO SI VYBRAT? .....	56
ÚLOHA 8 VADNÉ PŘEHRÁVAČE.....	59
ÚLOHA 9 KABELOVÁ TELEVIZE .....	62
ÚLOHA 10 CUKRÁRNA .....	64
ÚLOHA 11 ROPNÁ SKVRNA.....	67
ÚLOHA 12 RUSKÉ KOLO.....	69
ÚLOHA 13 STAVBA Z HRACÍCH KOSTEK.....	71
ÚLOHA 14 GARÁŽ .....	73
ÚLOHA 15 VĚTRNÁ ENERGIE.....	76
ÚLOHA 16 CYKLISTKA HELENA .....	80
ÚLOHA 17 PRODEJ NOVIN .....	83

Projekt OECD PISA<sup>1</sup> se zabývá zjišťováním funkční gramotnosti patnáctiletých žáků s důrazem na dovednosti a vědomosti potřebné pro budoucí úspěšné uplatnění žáků v reálném životě. První šetření projektu PISA se uskutečnilo v roce 2000 a bylo zaměřeno zejména na oblast čtenářské gramotnosti. Od té doby probíhají další šetření PISA ve tříletých cyklech a zaměřují se na různé oblasti funkční gramotnosti, z nichž největší pozornost je věnována čtenářské, matematické a přírodovědné gramotnosti.

Matematická gramotnost byla hlavní testovanou oblastí v roce 2003 a 2012. Matematické úlohy testu PISA 2003, které byly OECD uvolněny ke zveřejnění, již byly publikovány<sup>2</sup>, cílem této publikace je seznámit čtenáře s uvolněnými matematickými úlohami z cyklu PISA 2012 a se způsobem jejich hodnocení.<sup>3</sup>

Publikace je určena zejména učitelům matematiky na základních a středních školách, dalšími uživateli mohou být nejen pedagogové připravující studenty vysokých škol na povolání učitele, ale i studenti, stejně jako odborná a zainteresovaná veřejnost či pracovníci ministerstva školství a jiných orgánů rozhodovací sféry.

Pro měření matematické gramotnosti jsou v testech PISA využívány různé typy úloh a při sestavování testu je věnována velká pozornost jejich rozmanitosti a také rovnoměrnému zastoupení zjišťovaných dovedností a znalostí. Úlohy PISA se liší od úloh, jež se běžně používají při výuce a hodnocení žáků v našich školách, nejen tím, které dovednosti a vědomosti žáků se snaží zjišťovat, ale i tím, jak jsou zkonstruované.

Typickou úlohu výzkumu PISA tvoří celý komplex otázek, které zkoumají jedno určité téma. Úlohu obvykle uvádí více či méně rozsáhlý text, graf, obrázek nebo jiný materiál, s nímž se žáci mohou setkat v běžném životě a k němuž se vztahují následné otázky. Občas se mezi dílčími otázkami úlohy objevuje další text, obrázek či graf, který rozvíjí nebo hlouběji ilustruje její nosné téma.

Pro úlohy jsou charakteristické různé typy otázek, a to zejména otázky s výběrem odpovědi, v nichž mají žáci vybrat jedinou odpověď ze čtyř nabízených možností, a otázky s tvorbou krátké nebo dlouhé odpovědi, v nichž žáci odpověď nevybírají, ale sami vytvářejí.

První kapitola publikace obsahuje úlohy použité v hlavním sběru dat. Ve druhé kapitole jsou úlohy z pilotního šetření v roce 2011, které nebyly vybrány do testu PISA 2012.

<sup>1</sup> Programme for International Student Assessment

<sup>2</sup> Netradiční úlohy. Matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA. ÚIV, 2006.

<http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2003/Netradicni-ulohy-publikace.pdf>

<sup>3</sup> S výsledky českých žáků ve srovnání s výsledky jejich vrstevníků z ostatních zúčastněných zemí se můžete seznámit v publikaci ČŠI: Hlavní zjištění PISA 2012. Matematická gramotnost patnáctiletých žáků.

## 1 ÚLOHY POUŽITÉ V HLAVNÍM ŠETŘENÍ

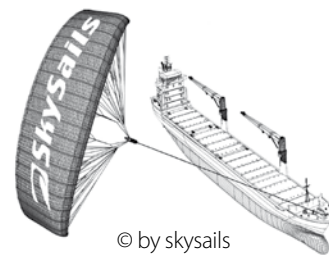
V této kapitole uvádíme úlohy, které byly použity pro zjišťování úrovně matematické gramotnosti patnáctiletých žáků v některém z hlavních šetření projektu PISA. Prvních šest úloh bylo zařazeno do testů posledního cyklu PISA 2012, dalších pět bylo použito v šetření PISA 2003, kdy byla matematická gramotnost hlavní sledovanou oblastí poprvé, a následně pak v šetření PISA 2006. Můžeme tedy u nich porovnávat úspěšnost žáků s odstupem tří let.





Na světě je devadesát pět procent zboží přepravováno po moři přibližně 50 000 tankery, nákladními a kontejnerovými loděmi. Většina těchto lodí jezdí na motorovou naftu.

Inženýři chtějí pro tyto lodě vyvinout podpůrný větrný pohon. Navrhují připevnit k lodi tažného draka, který bude sloužit jako plachta, a využít tak sílu větru ke snížení spotřeby nafty a jejího negativního vlivu na životní prostředí.



## Otázka 1.1 PLACHTÍCÍ NÁKLADNÍ LODĚ

Tažný drak má tu výhodu, že létá ve výšce 150 m. V této výšce je rychlost větru přibližně o 25 % vyšší než na palubě lodi. Jaká je přibližná rychlost větru, který pohání draka, jestliže na palubě lodi naměřili rychlost větru 24 km/h ?

- A 6 km/h
- B 18 km/h
- C 25 km/h
- D 30 km/h
- E 49 km/h

### ZÁMĚR OTÁZKY 1.1

Popis: Počítání s procenty v dané reálné situaci

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Vědecký

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	66,0	58,1	72,4
Průměr zemí OECD (2012)	59,5	52,8	66,0

### HODNOCENÍ OTÁZKY 1.1

#### Úplná odpověď

Kód 1: D 30 km/h

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

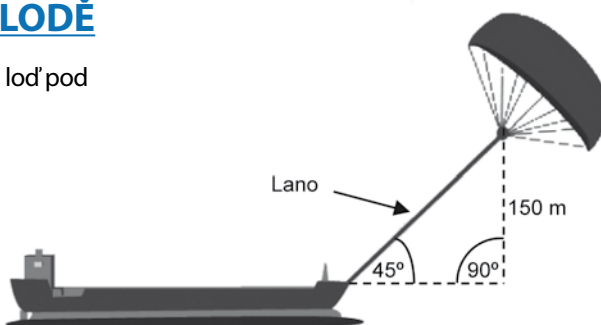
Odpověď	Odpovědi českých žáků				
	A	B	C	D	E
Četnost (%) 2012	9,6	4,2	4,3	66,0	11,0

Slovní úloha z procentového počtu, v níž se má vypočítat procentová část větší než základ. Předpokladem řešení je správně matematizovat reálnou situaci, tj. správně určit základ a procentovou část. Např. volba odpovědi A vypovídá o tom, že žáci sice správně určili základ a vypočetili procentovou část odpovídající 25 %, ale nepřičetli ji k základu, respektive pro výpočet použili chybný počet procent. Z nesprávných odpovědí měla největší četnost odpověď E – žáci sečetli údaj o rychlosti a počet procent (24 km/h + 25 % = 49 km/h).

## Otázka 1.2 PLACHTÍČÍ NÁKLADNÍ LODĚ

Jaká musí být přibližná délka lana tažného draka, aby táhl loď pod úhlem  $45^\circ$  a byl ve výšce 150 m tak, jak vidíš na obrázku?

- A 173 m
- B 212 m
- C 285 m
- D 300 m



Poznámka: Měřítko neodpovídá skutečnosti  
© by skysails

### ZÁMĚR OTÁZKY 1.2

Popis: Použit Pythagorovu větu v reálném geometrickém kontextu

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Vědecký

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	49,3	42,6	54,8
Průměr zemí OECD (2012)	49,8	46,6	52,8

### HODNOCENÍ OTÁZKY 1.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: B 212 m

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	15,0	49,3	14,9	14,5

Komplexní úloha z početní geometrie s poměrně vysokou úspěšností řešení (téměř 50 %), při jejímž řešení si chlapci vedli lépe než děvčata. Úloha testuje schopnost aplikovat Pythagorovu větu a využít poznatky o vlastnostech vnitřních úhlů a stran trojúhelníku (věta o součtu velikostí vnitřních úhlů trojúhelníku, rovnost délek dvou stran trojúhelníku se dvěma shodnými vnitřními úhly).

### Otázka 1.3 PLACHTÍCÍ NÁKLADNÍ LODĚ

Kvůli vysoké ceně nafty (0,42 zedu za litr) zvažují majitelé nákladní lodi Oceánská pěna vybavit loď tažným drakem. Odhaduje se, že tento typ tažného draka by mohl snížit celkovou spotřebu nafty přibližně o 20 %.

Jméno: *Oceánská pěna*

Typ: nákladní loď

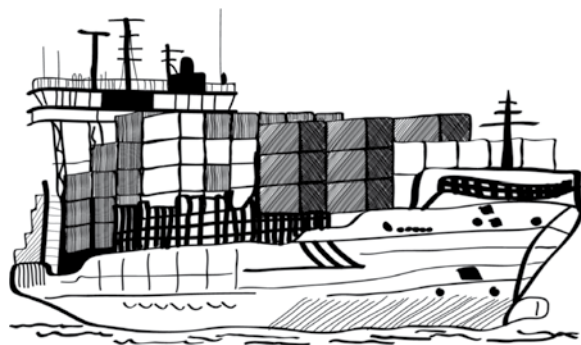
Délka: 117 metrů

Šířka: 18 metrů

Nosnost: 12 000 tun

Maximální rychlost: 19 uzlů

Roční spotřeba nafty bez použití tažného draka: přibližně 3 500 000 litrů



Vybavení *Oceánské pěny* tažným drakem vyjde na 2 500 000 zedů.

Přibližně za kolik let by peníze ušetřené za motorovou naftu pokryly cenu tažného draka?

Svou odpověď zdůvodni výpočtem.

Počet let: .....

### ZÁMĚR OTÁZKY 1.3

Popis: Vyřešit úlohu v reálném kontextu o šetření nákladů a spotřeby nafty

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Vědecký

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	17,3	12,9	20,9
Průměr zemí OECD (2012)	15,3	11,5	19,0

### HODNOCENÍ OTÁZKY 1.3

#### Úplná odpověď

Kód 1: Výsledek mezi 8 a 9 lety je podložen (matematickým) výpočtem.

Roční spotřeba nafty bez draka: 3,5 milionů litrů při ceně 0,42 zedu/litr, náklady na naftu bez draka 1 470 000 zedů. Jestliže se uspoří 20 % paliva s drakem, znamená to úsporu  $1\,470\,000 \times 0,2 = 294\,000$  zedů za rok. Tedy  $2\,500\,000 / 294\,000 \approx 8,5$ ; drak je tedy (finančně) rentabilní přibližně po 8 až 9 letech.

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

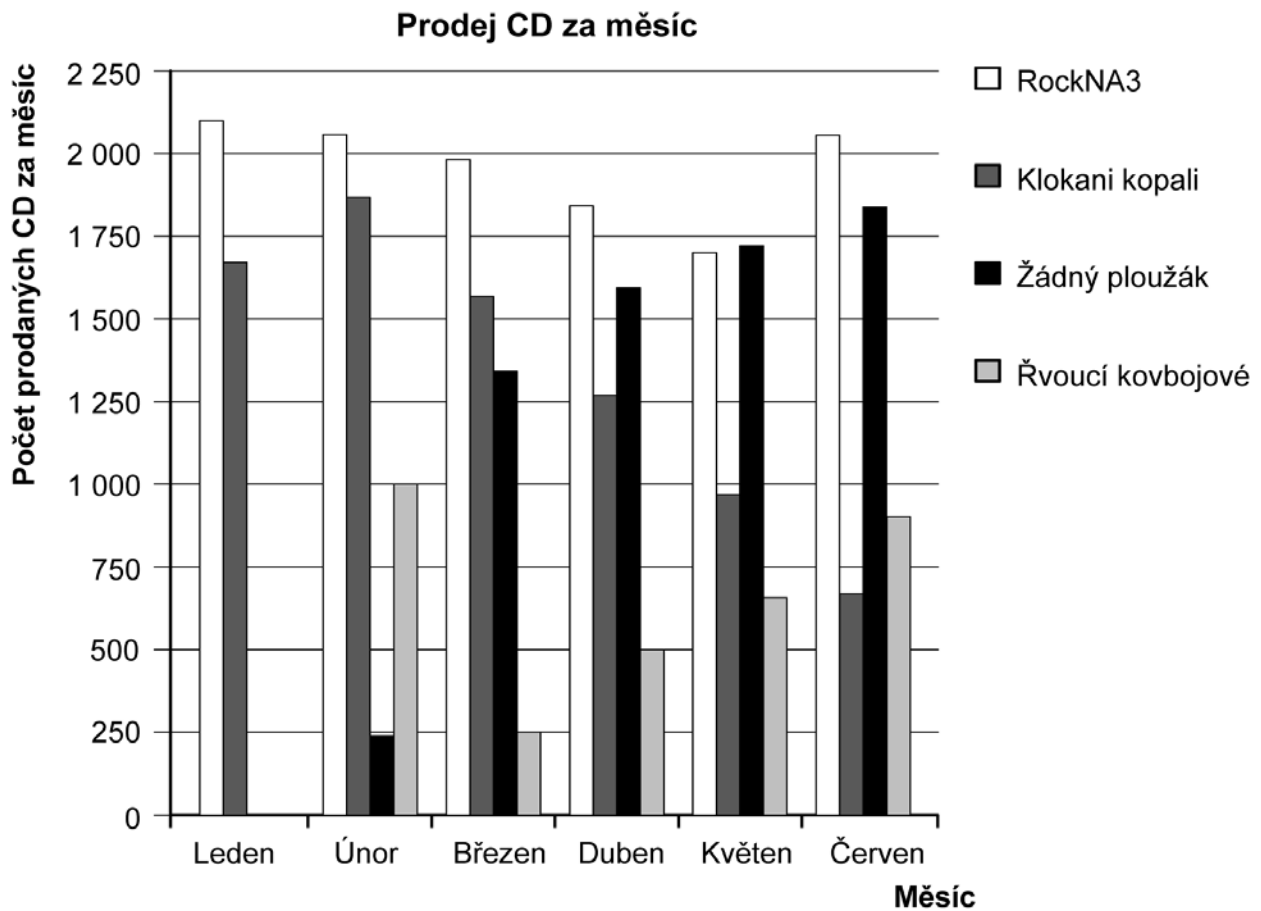
Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	42,1	17,3	40,6

Komplexní slovní úloha, která testuje, zda jsou žáci schopni na základě jejího rozboru stanovit postup řešení a provést příslušné výpočty. Řešení úlohy sestává ze dvou kroků: vyčíslení ročních úspor za naftu při použití tažného draka a určení minimálního počtu let, po jejichž uplynutí se úspory za naftu vyrovnají nebo převýší náklady na vybavení lodi tažným drakem. Úloha se ukázala jako velmi obtížná, o čemž svědčí jak malé procento úspěšnosti řešení, tak vysoký podíl žáků, kteří se o řešení úlohy vůbec nepokusili. Chlapci byli v řešení úspěšnější než děvčata.

## ÚLOHA 2

## HITPARÁDA

V lednu vyšla nová CD kapel *RockNA3* a *Klokani kopali*. V únoru vydaly svá CD kapely *Žádný ploužák* a *Řvoucí kovbojové*. Následující diagram ukazuje prodej těchto CD od ledna do června.



### Otázka 2.1 HITPARÁDA

Kolik CD prodala kapela *Řvoucí kovbojové* v dubnu?

- A 250
- B 500
- C 1 000
- D 1 270

### ZÁMĚR OTÁZKY 2.1

Popis: Porozumět sloupcovému diagramu

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Veřejný

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	91,3	92,0	90,6
Průměr zemí OECD (2012)	87,3	89,0	85,5

## HODNOCENÍ OTÁZKY 2.1

### Úplná odpověď

Kód 1: B 500

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	2,1	91,3	0,9	5,0

Při řešení úlohy žáci prokazují, že umí přečíst data ze složitějšího sloupcového diagramu. Úloha nečinila žákům problémy.

## Otázka 2.2 HITPARÁDA

Ve kterém měsíci prodala kapela *Žádný ploužák* poprvé více CD než kapela *Klokani kopali*?

- A V žádném
- B V březnu
- C V dubnu
- D V květnu

## ZÁMĚR OTÁZKY 2.2

Popis: Porozumět sloupcovému diagramu a porovnat výšky dvou sloupců

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Veřejný

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	81,0	80,2	81,7
Průměr zemí OECD (2012)	79,5	79,0	80,1

## HODNOCENÍ OTÁZKY 2.2

### Úplná odpověď

Kód 1: C V dubnu

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	6,5	4,0	81,0	7,4

Úloha testuje schopnost přečíst a porovnat data zobrazená ve složitějším sloupcovém diagramu.

## Otázka 2.3 HITPARÁDA

Manažer skupiny *Klokani kopalí* je znepokojen, protože počet prodaných CD kapely od února do června klesl. Kolik jejich CD se dá očekávat, že se prodá v červenci, jestliže bude tento nepříznivý vývoj pokračovat?

- A 70 CD
- B 370 CD
- C 670 CD
- D 1 340 CD

### ZÁMĚR OTÁZKY 2.3

Popis: Interpretovat sloupcový diagram a odhadnout počet CD, který se prodá v budoucnosti, když bude pokračovat lineární trend

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Veřejný

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	77,6	78,5	76,8
Průměr zemí OECD (2012)	76,7	76,6	76,8

### HODNOCENÍ OTÁZKY 2.3

#### Úplná odpověď

Kód 1: B 370 CD

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

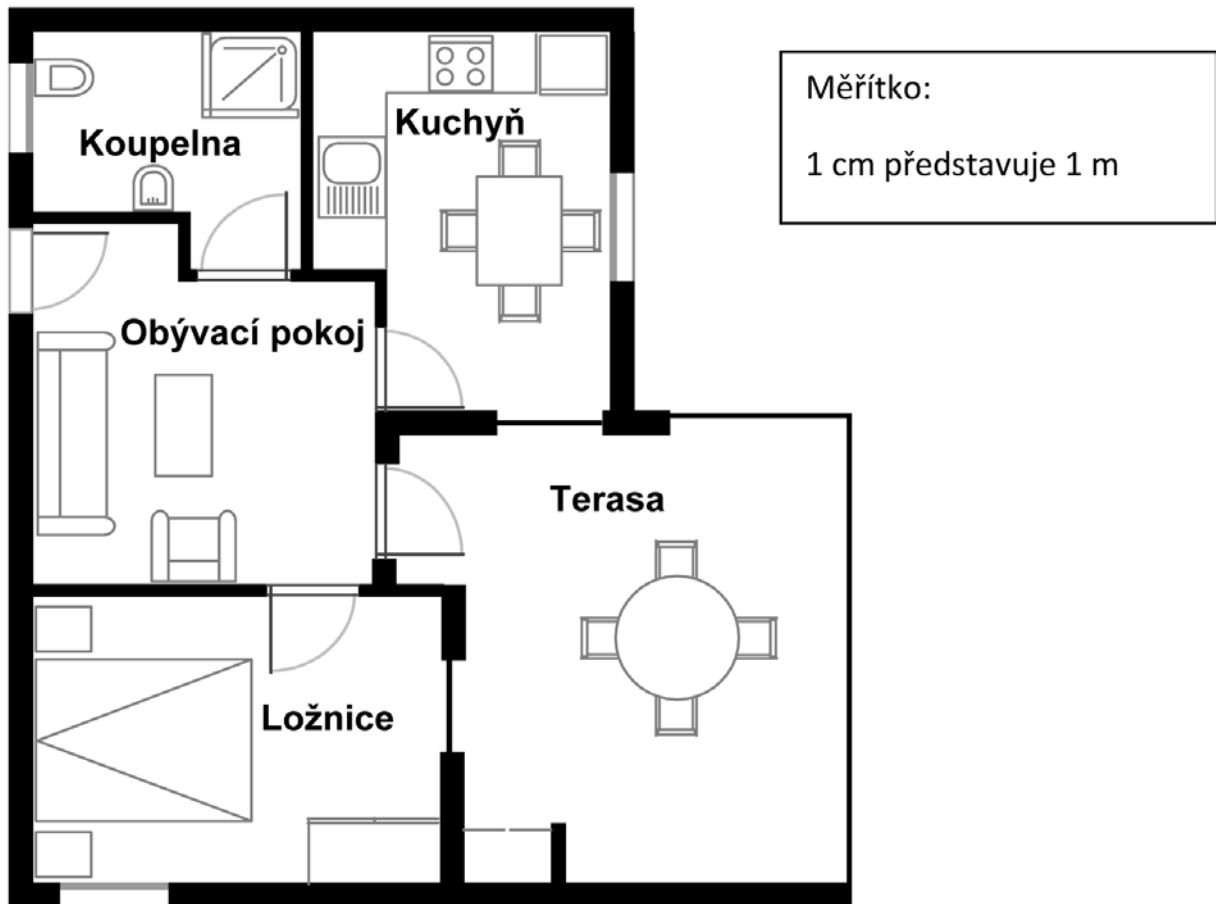
Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	4,0	77,6	15,7	1,8

Úloha testuje schopnost rozpoznat a kvantifikovat trend v datech a extrapolovat ho do budoucnosti.

## ÚLOHA 3

## KOUPĚ BYTU

Na obrázku vidíš plánek bytu, který si chtějí Jirkovi rodiče koupit od realitní kanceláře.



### Otázka 3.1 KOUPE BYTU

Pokud chceš odhadnout, jaký je celkový obsah podlahy bytu (včetně terasy a zdi), můžeš změřit rozměry jednotlivých místností, vypočítat jejich obsah a pak obsahy všech místností sečíst. Celkový obsah podlahy však můžeš zjistit i jednodušším způsobem a stačí ti k tomu jen 4 měření. Vyznač na plánu nahoře čtyři rozměry, které potřebuješ k odhadu celkového obsahu podlahy bytu.

### ZÁMĚR OTÁZKY 3.1

Popis: Označit (nebo jiným způsobem určit) nejmenší počet stran, který je nutný k výpočtu obsahu podlahy na plánu

Tematický okruh: Prostor a tvar

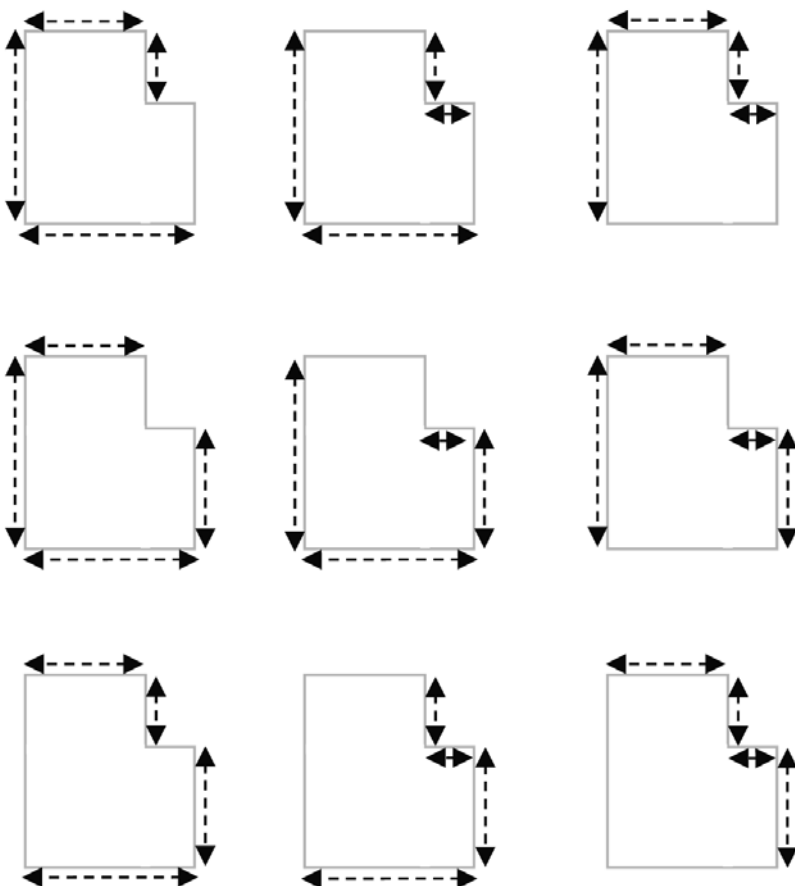
Kontext: Osobní

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	43,2	48,1	39,1
Průměr zemí OECD (2012)	44,6	46,3	43,1

## HODNOCENÍ OTÁZKY 3.1

### Úplná odpověď



Kód 1: Označení čtyř rozměrů potřebných pro odhadnutí plochy bytu zobrazeného na plánu. Všechny 9 možných řešení je načrtnuto na obrázku.

- $S = (9,7 \text{ m} \cdot 8,8 \text{ m}) - (2 \text{ m} \cdot 4,4 \text{ m})$ ,  $S = 76,56 \text{ m}^2$  [Jasně použity pouze 4 rozměry a vypočítána požadovaná rozloha.]

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	20,9	43,2	35,9

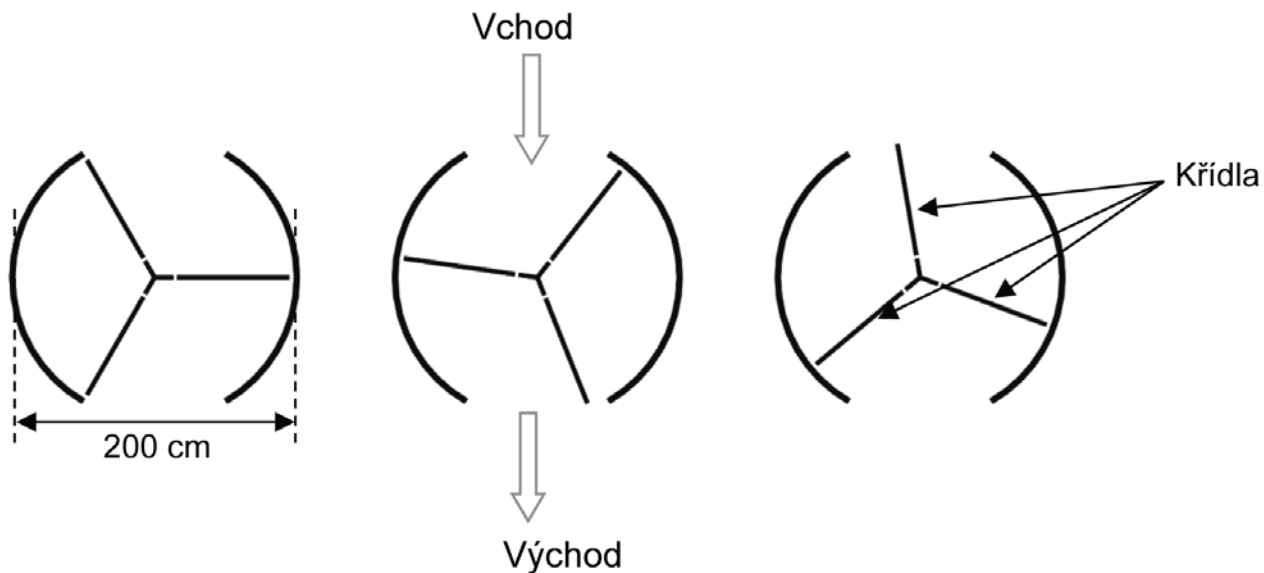
Půdorys bytu má tvar pravoúhlého šestiúhelníku. Lze ho rozdělit na dva nepřekrývající se obdélníky, resp. vznikne oddělením obdélníku od obdélníku. Obsah podlahy bytu je tedy součtem, resp. rozdílem obsahů dvou obdélníků. Proto k výpočtu podlahové plochy bytu stačí změřit čtyři rozměry bytu, a to takové, z nichž lze zbývajících dva rozměry bytu dopočítat jako grafický součet, resp. rozdíl úseček. Úloha má 9 různých řešení. K získání bodového skóre postačí určit jediné z nich. Za správnou odpověď je považován i výpočet podlahové plochy bytu s prokazatelným použitím pouze 4 rozměrů. Při řešení úlohy byly české dívky o téměř 10 procentních bodů úspěšnější než chlapci.



## ÚLOHA 4

## TURNIKETOVÉ DVEŘE

Turniketové dveře se skládají ze tří křídel, která se otáčejí ve válcovém prostoru. Vnitřní průměr toho prostoru je 2 metry (200 centimetrů). Tři křídla dveří dělí prostor na tři stejné části. Na náčrtku jsou nakreslena křídla dveří ve třech různých polohách při pohledu shora.



### Otázka 4.1 TURNIKETOVÉ DVEŘE

Kolik stupňů měří úhel, který svírají dvě křídla dveří?

Velikost úhlu: .....°

#### ZÁMĚR OTÁZKY 4.1

Popis: Vypočítat velikost středového úhlu v kružnici

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Vědecký

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	56,0	51,3	59,8
Průměr zemí OECD (2012)	57,7	54,8	60,5

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 4.1

##### Úplná odpověď

Kód 1: 120° [Uznejte i odpovídající tupý úhel 240°.]

##### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	35,3	56,0	8,7

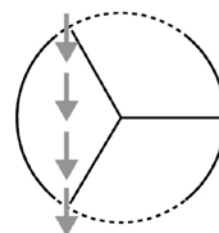
Jednoduchá úloha z početní geometrie, při jejímž řešení uplatňují žáci poznatek, že plný úhel má velikost 360°.

### Otázka 4.2 TURNIKETOVÉ DVEŘE

Oba **vstupy** dveří (na obrázku jsou znázorněny jako tečkované oblouky) mají stejnou velikost. Pokud by byly vstupy příliš široké, nemohla by křídla prostor uzavřít a mezi vchodem a východem by mohl volně proudit vzduch, jak vidíš na obrázku. To by vedlo k nežádoucím změnám teploty uvnitř budovy. Jaká je maximální délka oblouku v centimetrech, kterou může mít každý dveřní otvor, aby mezi vchodem a východem nemohl volně proudit vzduch?

Maximální délka oblouku: ..... cm

Možné proudění vzduchu v této poloze



#### ZÁMĚR OTÁZKY 4.2

Popis: Interpretovat geometrický model reálné situace a vypočítat délku oblouku

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Vědecký

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	4,0	3,8	4,2
Průměr zemí OECD (2012)	3,5	3,0	3,9

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 4.2

##### Úplná odpověď

Kód 1: Odpověď z intervalu  $\langle 104; 105 \rangle$  [Uznejte odpovědi vypočítané jako  $1/6$  obvodu kruhu, např.  $\left(\frac{100\pi}{3}\right)$ .]

##### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

- 209 [Místo velikosti jednoho dveřního vstupu uvádí žák celkovou velikost dveřních vstupů.]

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	66,3	4,0	29,7

Řešení úlohy se opírá o geometrickou interpretaci požadované reálné situace. Aby vzduch mezi vstupem a výstupem volně neprocházel, musí být délka plného oblouku v levé části obrázku rovna minimálně třetině délky kružnice (délka oblouku odpovídá středovému úhlu o velikosti 120°). Totéž musí platit i pro plný oblouk v pravé části obrázku. Plné oblouky tedy představují minimálně  $2/3$  délky kružnice. Na vstup a výstup tedy zbývá maximálně  $1/3$  délky kružnice. Protože jsou vstup a výstup stejně široké, připadá na každý z nich maximálně  $1/2$  z  $1/3$  délky kružnice, tedy maximálně  $1/6$  délky kružnice, tj. přibližně 104,7 cm. Úloha byla pro žáky příliš obtížná, úspěšnost řešení nedosáhla ani 5 % a téměř 30 % žáků úlohu vůbec neřešilo.

### Otázka 4.3 TURNIKETOVÉ DVEŘE

Dveře se za minutu otočí čtyřikrát kolem dokola. V každé ze tří částí dveří je místo nejvýše pro dvě osoby. Nejvýše kolik osob může těmito dveřmi vstoupit do budovy za 30 minut?

- A 60 osob
- B 180 osob
- C 240 osob
- D 720 osob

#### ZÁMĚR OTÁZKY 4.3

Popis: Identifikovat údaje a vytvořit kvantitativní model pro vyřešení problému

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Vědecký

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	48,5	48,2	48,8
Průměr zemí OECD (2012)	46,4	45,4	47,5

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 4.3

##### Úplná odpověď

Kód 1: D 720

##### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	7,4	15,4	26,0	48,5

Složená slovní úloha na přímou úměrnost. Předpokladem pro její správné vyřešení je určit počet osob, které mohou vstoupit při jednom otočení dveří kolem dokola. Při jedné otočce dveří se vstup otevře celkem třikrát, může tedy vstoupit nejvýše 6 osob. Z nesprávných odpovědí měla největší četnost odpověď C, která vychází z chybného předpokladu, že při jedné otočce dveří kolem dokola mohou vstoupit nejvýše pouze 2 osoby.

## ÚLOHA 5

## RYCHLOST INFUZE

Pomocí infuzí se pacientům podávají tekutiny a léky.



Zdravotní sestry musí vypočítat rychlost infuze  $R$  v kapkách za minutu.

Používají vzorec  $R = \frac{kV}{60h}$ , kde

$k$  je kapkový faktor, který udává, kolik kapek je v 1 mililitru (ml) infuze,

$V$  je objem infuze v ml,

$h$  je doba kapání infuze (v hodinách).

### Otázka 5.1 RYCHLOST INFUZE

Zdravotní sestra chce zdvojnásobit dobu kapání infuze.

Vysvětli co nejpřesněji, jak se změní  $R$ , jestliže se  $h$  zdvojnásobí, ale  $k$  a  $V$  se nezmění.

#### ZÁMĚR OTÁZKY 5.1

Popis: Vysvětlit, jak se změní výsledná hodnota, když se hodnota jedné proměnné ve vzorci zdvojnásobí, zatímco hodnoty ostatních zůstanou nezměněny

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Pracovní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	25,1	24,1	25,9
Průměr zemí OECD (2012)	22,2	20,5	23,9

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 5.1

##### Úplná odpověď

Kód 2: Vysvětlení popisuje jak „směr“ změny, tak velikost změny.

- Zmenší se o polovinu.

- Je to polovina.
- $R$  se zmenší o 50 %.
- $R$  bude poloviční.

#### Částečná odpověď

Kód 1: Vysvětlení, které správně popisuje BUD „směr“ změny, NEBO velikost změny, ale ne OBOJE.

- $R$  se zmenší. [Chybí velikost změny.]
- Dojde ke změně o 50 %. [Chybí směr změny.]
- $R$  se zvětší o 50 %. [Chybný směr změny, ale správná velikost změny.]

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

- $R$  se také zdvojnásobí. [Jak velikost, tak směr změny jsou chybné.]

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Kód odpovědi	0	1	2	9
Četnost (%) 2012	32,2	12,6	18,7	36,4

Ze vzorce vyplývá, že veličiny  $R$  a  $h$  jsou nepřímo úměrné: pokud se  $h$  dvakrát zvětší,  $R$  se dvakrát zmenší. Úlohu lze řešit i algebraicky: jestliže  $R1 = k.v/60.h$ , pak  $R2 = k.v/60.h.2 =$  hodnot do vzorce.

## Otázka 5.2 RYCHLOST INFUZE

Zdravotní sestry musí umět vypočítat objem  $V$  infuze, pokud znají její rychlost  $R$ .

Infuze o rychlosti 50 kapek za minutu musí být pacientovi podávána po dobu 3 hodin. Kapkový faktor této infuze je 25 kapek na 1 ml.

Jaký je objem infuze v ml?

Objem infuze: ..... ml

### ZÁMĚR OTÁZKY 5.2

Popis: Upravit vzorec a dosadit do něj dvě dané hodnoty

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Pracovní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	24,7	20,6	28,1
Průměr zemí OECD (2012)	25,7	24,8	26,5

### HODNOCENÍ OTÁZKY 5.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: 360 nebo řešení, ve kterém žák správně dosadil do vzorce a správně z něj vyjádřil neznámou.

- 360
- $(60 \cdot 3 \cdot 50) : 25$  [Správné vyjádření a dosazení.]

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	48,9	24,7	26,4

Při řešení úlohy žáci prokazují, že umí správně dosadit do vzorce a vyjádřit z něj neznámou. Úlohu správně vyřešila jenom asi 1/4 testovaných žáků.

**Otázka 6.1 ZÁLIVKA**

Připravuješ vlastní zálivku na salát.  
Zde je recept na 100 ml zálivky:

Olej:	60 ml
Ocet:	30 ml
Sojová omáčka:	10 ml

Kolik mililitrů oleje potřebuješ k přípravě 150 ml této zálivky?

Odpověď: .....ml

**ZÁMĚR OTÁZKY 6.1**

Popis: Aplikovat znalost poměru v každodenní situaci

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Osobní

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2012)	62,6	60,6	64,3
Průměr zemí OECD (2012)	63,5	61,2	65,6

**HODNOCENÍ OTÁZKY 6.1**

**Úplná odpověď**

Kód 1: 90

**Nevyhovující odpověď**

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	34,3	62,6	3,1

Jednoduchá slovní úloha na aplikaci přímé úměrnosti, resp. poměru. Úspěšnost řešení překročila 60 %.

## ÚLOHA 7

## BICYKLY (JÍZDNÍ KOLA)

Jitka, Stáňa a Petr jezdí na různě velkých bicyklech (jízdních kolech). V tabulce je uvedena vzdálenost, kterou jednotlivé bicykly urazí po každé úplné otáčce kol.

	Ujetá vzdálenost v cm					
	1 otáčka	2 otáčky	3 otáčky	4 otáčky	5 otáček	6 otáček
Petr	96	192	288	384	480	...
Stáňa	160	320	480	640	800	...
Jitka	190	380	570	760	950	...

### Otázka 7.1 BICYKLY

Petr popojel o tři úplné otáčky kol svého bicyklu. Když totéž udělá na svém bicyklu Jitka, o kolik dojede dál než Petr? Odpověď uveď v centimetrech.

Odpověď: .....cm

### ZÁMĚR OTÁZKY 7.1

Popis: Určit rozdíl dvou hodnot vyhledaných v tabulce

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Osobní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	76,04	76,18	75,91
Česká republika (2006)	71,50	71,66	71,38
Průměr zemí OECD (2003)	68,31	67,32	69,26
Průměr zemí OECD (2006)	61,82	61,01	62,61

### HODNOCENÍ OTÁZKY 7.1

#### Úplná odpověď

Kód 1: 282 cm

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiná odpověď

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2003	15,02	76,04	8,94
Četnost (%) 2006	20,12	71,50	8,38



Při řešení úlohy žáci prokazují schopnost vyhledat v tabulce dva údaje a porovnat je rozdílem. Úspěšnost českých žáků při řešení úlohy se pohybovala kolem 75 % a byla větší než průměr zemí OECD.

## Otázka 7.2 BICYKLY

Kolikrát se otočí kola Stánina bicyklu, než ujede 1 280 cm?

Odpověď: .....krát

### ZÁMĚR OTÁZKY 7.2

Popis: Určit počet otáček kola při ujetí určité vzdálenosti

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Osobní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	77,45	74,44	80,36
Česká republika (2006)	73,04	68,23	76,77
Průměr zemí OECD (2003)	71,71	69,68	73,72
Průměr zemí OECD (2006)	69,00	66,98	70,96

### HODNOCENÍ OTÁZKY 7.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: 8

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiná odpověď

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2003	14,66	77,45	7,89
Četnost (%) 2006	19,19	73,04	7,76

Slovní úloha na přímou úměrnost s nutností zvolit a vyhledat údaj potřebný k výpočtu v tabulce. Pro výpočet počtu otáček Stánina kola je nejefektivnější použít údaj o vzdálenosti odpovídající jedné otáčce kola, lze však použít kterýkoliv jiný údaj týkající se Stánina kola. V úspěšnosti řešení úlohy čeští žáci opět překonali průměr zemí OECD, chlapci byli úspěšnější než děvčata.

## Otázka 7.3 BICYKLY

Petrův bicykl má obvod kola 96 cm (neboli 0,96 m). Na svém bicyklu má tři rychlosti: lehký, střední a těžký převod.

Převody na Petrově bicyklu mají tyto poměry:

lehký 3 : 1      střední 6 : 5      těžký 1 : 2

Kolikrát otočí Petr pedály, než ujede 960 m při středním převodu? Zapiš svůj postup.

POZNÁMKA: Poměr převodu 3 : 1 znamená, že 3 úplné otáčky pedálů odpovídají 1 úplné otáčce kol.

## ZÁMĚR OTÁZKY 7.3

Popis: Určit počet otáček pedálů při daném převodu a ujetí konkrétní vzdálenosti

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Vzdělávací

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	23,04	17,17	28,71
Česká republika (2006)	20,15	18,52	21,43
Průměr zemí OECD (2003)	20,14	17,27	23,00
Průměr zemí OECD (2006)	19,14	16,88	21,35

## HODNOCENÍ OTÁZKY 7.3

### Úplná odpověď

Kód 21: 1 200 otáček pedálů se zcela správným postupem. Uvažujte, že správný výsledek, i když není uveden postup, představuje zcela správnou metodu a měl by být přidělen kód pro úplnou odpověď.

960 m vyžaduje 1000 otáček kol, čemuž odpovídá  $1000 \cdot \frac{6}{5} = 1\,200$  otáček pedálů.

### Částečná odpověď

Kód 11: 12 otáček pedálů, vypočteno správnou metodou, ale bez převodu jednotek 960 m vyžaduje 10 otáček kol (žák zapomněl, že vzdálenosti v tabulce jsou v cm), čemuž odpovídá  $1000 \cdot \frac{6}{5} = 12$  otáček pedálů.

Kód 12: Správná metoda, ale menší početní chyba nebo neúplný výpočet.

- 3 otáčky pedálů dávají 2,5 otáčky kol a 1 otáčka kol = 0,96 metru, tedy 3 otáčky pedálů = 2,4 metru. Takže 960 m vyžaduje 400 otáček pedálů.
- 1000 otáček kol je potřeba ( $960 : 0,96$ ) k ujetí 960 m, takže při středním převodu potřebujeme 833 otáčky pedálů ( $5/6$  z 1000). [Správná metoda, ale poměr měl být převrácený.]
- $5 \times 0,96 = 4,8$  a  $960 : 4,8 = 200$ , takže 200 otáček. Nyní  $200 : 5 = 40$  a  $40 \times 6 = 240$ . Proto je zapotřebí 240 otáček pedálů. [Malá chyba, nadbytečné první násobení číslem 5, ale jinak správná metoda.]

### Nevyhovující odpověď

Kód 00: Jiná odpověď

$96\,000 : 5 = 19\,200$  a  $19\,200 \times 6 = 115\,200$  otáček pedálů. [Do výpočtu nebyl zahrnut obvod kola.]

Kód 99: Nezodpovězeno

Kód odpovědi	Odpovědi českých žáků			
	0	1	2	9
Četnost (%) 2003	35,58	17,79	14,14	32,49
Četnost (%) 2006	33,75	14,48	12,91	38,85

Složená slovní úloha, jejíž řešení sestává ze dvou kroků: 1. výpočet počtu otáček kola (úloha na přímou úměrnost), 2. výpočet počtu otáček pedálů (úloha na změnu v daném poměru). Úloha byla pro žáky značně obtížná, o čemž vypovídá nejen procento úspěšnosti řešení (přibližně 20 %), ale i počet žáků, kteří se o řešení vůbec nepokusili (asi 1/3 testovaných žáků).

Ve třídě je 25 děvčat. Jejich průměrná výška je 130 cm.

**Otázka 8.1 VÝŠKA**

Vysvětli, jak se počítá průměrná výška.

**ZÁMĚR OTÁZKY 8.1**

Popis: Prokázat porozumění pojmu aritmetický průměr

Tematický okruh: Neurčitost

Kontext: Vzdělávací

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	70,23	67,30	72,91
Česká republika (2006)	71,71	69,86	73,16
Průměr zemí OECD (2003)	64,97	63,85	66,09
Průměr zemí OECD (2006)	62,69	62,51	62,83

**HODNOCENÍ OTÁZKY 8.1**

**Úplná odpověď**

Kód 1: Vysvětlení, v němž je obsaženo: Sečtou se jednotlivé výšky a vydělí 25.

- Sečteme výšky všech děvčat a vydělíme počtem děvčat.
- Vezmeme všechny výšky děvčat, sečteme je a vydělíme počtem děvčat, v našem případě 25.
- Součet všech výšek ve stejných jednotkách dělíme počtem děvčat.

**Nevyhovující odpověď**

Kód 0: Jiná odpověď

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2003	10,86	70,23	18,91
Četnost (%) 2006	9,74	71,71	18,55

Úloha testuje, zda žáci umí slovně vyjádřit (reprodukovat), jak se počítá aritmetický průměr. V úspěšnosti řešení čeští žáci překonali průměr zemí OECD.

## Otázka 8.2 VÝŠKA

Zakroužkuj buď „Pravdivé“, nebo „Nepravdivé“ u každého z následujících tvrzení.

Tvrzení	Pravdivé / Nepravdivé
Je-li ve třídě děvče vysoké 132 cm, musí tam být i děvče vysoké 128 cm.	Pravdivé / Nepravdivé
Většina děvčat musí měřit 130 cm.	Pravdivé / Nepravdivé
Seřadíme-li všechna děvčata podle velikosti od nejmenší po největší, prostřední musí měřit 130 cm.	Pravdivé / Nepravdivé
Polovina děvčat ve třídě musí měřit do 130 cm a polovina děvčat musí měřit nad 130 cm.	Pravdivé / Nepravdivé

### ZÁMĚR OTÁZKY 8.2

Popis: Posoudit pravdivost výroků souvisejících s aritmetickým průměrem

Tematický okruh: Neurčitost

Kontext: Vzdělávací

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	25,43	19,97	30,41
Česká republika (2006)	22,41	17,38	26,34
Průměr zemí OECD (2003)	17,85	14,03	21,58
Průměr zemí OECD (2006)	16,45	12,70	20,08

#### Úplná odpověď

Kód 1: Nepravdivé, Nepravdivé, Nepravdivé, Nepravdivé

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiná odpověď

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2003	73,23	25,43	1,34
Četnost (%) 2006	76,03	22,41	1,56

Úloha na základě určování pravdivostní hodnoty čtyř tvrzení zjišťuje, zda žáci správně chápou a interpretují pojem aritmetický průměr. Hodnocení úlohy sledovalo, zda žáci správně vyhodnotili všechna čtyři tvrzení. Neumožňuje zjistit, kolik žáků vyhodnotilo správně pravdivostní hodnotu jednotlivých tvrzení a které tvrzení činilo žákům největší problémy. Všechna 4 tvrzení vyhodnotila správně asi čtvrtina českých žáků, další téměř jedna třetina jich vyhodnotila správně právě 3 tvrzení. V řešení úlohy byli chlapci úspěšnější než děvčata.

## Otázka 8.3 VÝŠKA

U jedné žákyně byla v naměřené výšce zjištěna chyba. Správně mělo být 120 cm místo 145 cm. Jaká bude opravená průměrná výška děvčat ve třídě?

- A 126 cm
- B 127 cm
- C 128 cm
- D 129 cm
- E 144 cm

### ZÁMĚR OTÁZKY 8.3

Popis: Určit hodnotu aritmetického průměru v případě změny jedné hodnoty

Tematický okruh: Neurčitost

Kontext: Vzdělávací

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	41,35	38,42	44,03
Česká republika (2006)	37,26	31,34	41,90
Průměr zemí OECD (2003)	38,04	34,35	41,75
Průměr zemí OECD (2006)	34,20	30,67	37,63

### HODNOCENÍ OTÁZKY 8.3

#### Úplná odpověď

Kód 1: D 129 cm

#### Nevyhovující odpověď

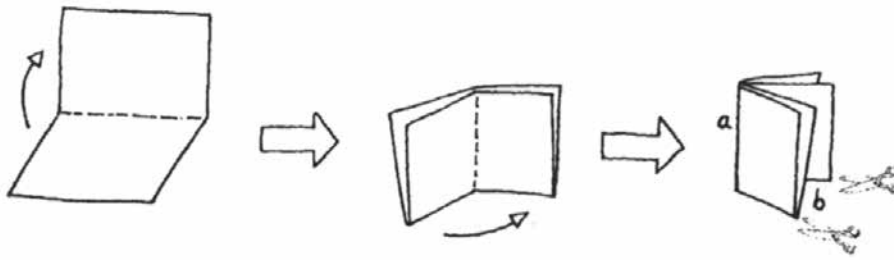
Kód 0: Jiná odpověď

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpověď	Odpovědi českých žáků				
	A	B	C	D	E
Četnost (%) 2003	14,48	9,98	20,28	41,35	5,13
Četnost (%) 2006	13,74	13,41	21,32	37,26	4,36

V úloze mají žáci zjistit, jak se změní aritmetický průměr, změní-li se hodnota jednoho znaku. Úlohu lze vyřešit úvahou (zmenšil-li se součet výšek 25 dívek o 25 cm, zmenší se aritmetický průměr výšky dívek o 1 cm, bude tedy 129 cm), nebo výpočtem: při chybném měření je součet výšek všech 25 dívek  $25 \times 130 \text{ cm} = 3\,250 \text{ cm}$ , při správném měření je tento součet o 25 cm menší, tj.  $3\,225 \text{ cm}$ , aritmetický průměr výšek dívek při správném měření je tedy  $3\,225 \text{ cm} : 25 = 129 \text{ cm}$ .

Otázka 9.1 SKLÁDÁME KNÍŽKU



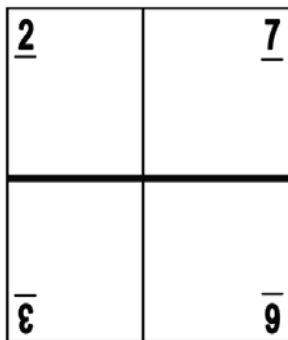
Obr. 1

Podle obrázku 1 si můžeš zhotovit malou knížku.

Návod:

- Vezmi arch papíru a dvakrát ho přehni.
- Sešij hřbet a.
- Rozřízni dva přehyby b.

Dostaneš tak malou knížku s osmi stránkami.

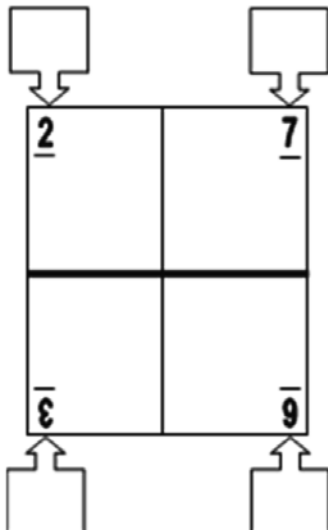


Obr. 2

Na obrázku 2 vidíme jednu stranu archu použitého na knížku. Číslo stránek tam byla umístěna předem.

Sílná čára ukazuje, kde byl arch po přeložení rozříznut.

Vepiš číslice 1, 4, 5 a 8 do rámečků tak, aby odpovídaly číslům stránek, které se nacházejí na rubu stránek 2, 3, 6 a 7.



## ZÁMĚR OTÁZKY 9.1

Popis: Určit čísla stran při vytváření knížky přehýbáním papíru

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Osobní

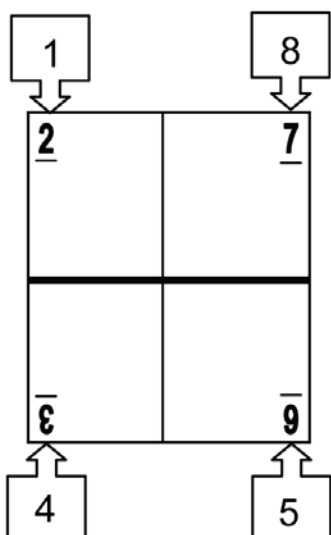
Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	68,28	71,31	65,30
Česká republika (2006)	61,04	65,10	57,86
Průměr zemí OECD (2003)	64,15	67,33	61,03
Průměr zemí OECD (2006)	59,80	63,03	56,69

## HODNOCENÍ OTÁZKY 9.1

### Úplná odpověď

Kód 1: Čísla stránek správně umístěná v následujících pozicích (na orientaci číslic nebereme zřetel):



### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiná odpověď

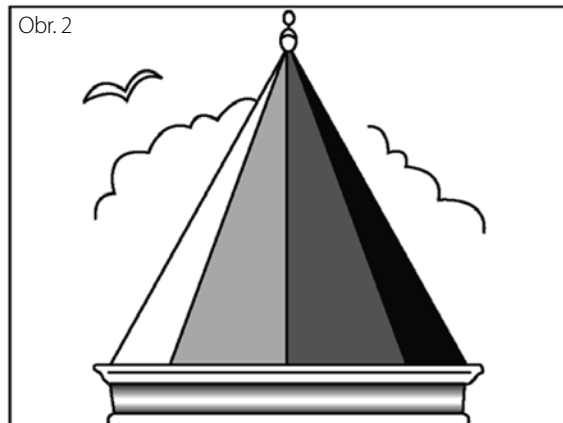
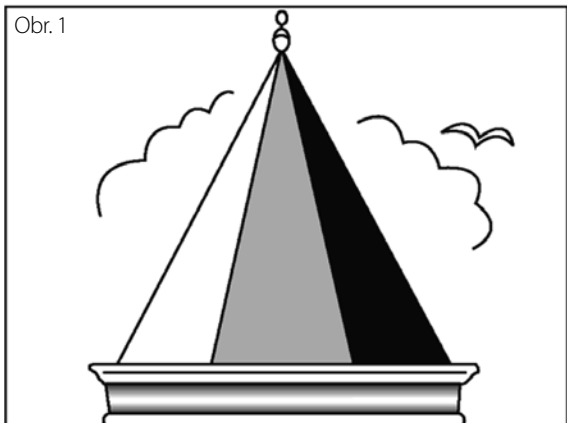
Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2003	24,61	68,28	7,11
Četnost (%) 2006	28,60	61,04	10,36

Úloha testuje prostorovou představivost žáků a schopnost transformace dvourozměrného obrazu do třídimenzionálního prostoru. Úspěšnost řešení úlohy byla poměrně vysoká (blíží se dvěma třetinám), úspěšnější v řešení byla děvčata.

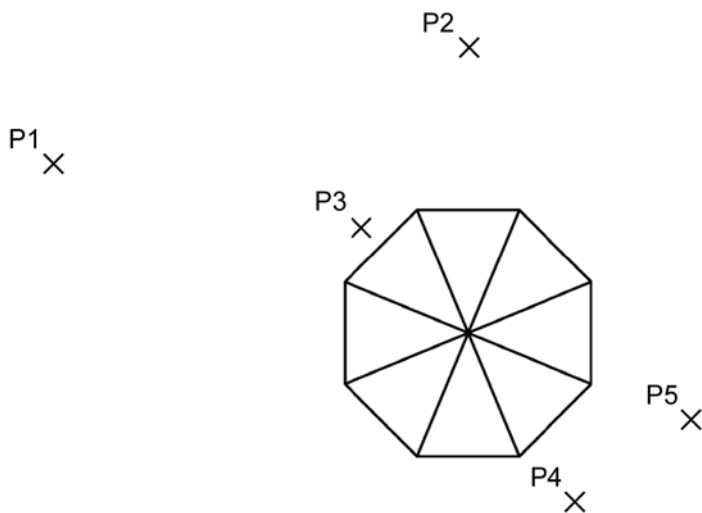
**Otázka 10.1 POHLED NA VĚŽ**

Na obrázcích 1 a 2 jsou dva nákresy **téže** věže. Na obrázku 1 vidíme **tři** stěny střechy věže. Na obrázku 2 vidíme **čtyři** stěny.



Na dalším obrázku je pohled na střechu věže shora. Je tam také zakresleno pět pozic. Jsou označeny křížkem (×) a pojmenovány P1 – P5.

Z každé z těchto pozic může pozorovatel vidět určitý počet stěn střechy věže.



Zakroužkuj v tabulce počet stěn, které jsou vidět z každé této pozice.

Pozice	Počet stěn viditelných z této pozice (zakroužkuj správné číslo)
P1	1 2 3 4 více než 4
P2	1 2 3 4 více než 4
P3	1 2 3 4 více než 4
P4	1 2 3 4 více než 4
P5	1 2 3 4 více než 4



## ZÁMĚR OTÁZKY 10.1

Popis: Určit počet viditelných stěn osmibokého jehlanu z různých pozic

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Osobní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	39,66	32,75	46,34
Česká republika (2006)	34,47	27,39	39,97
Průměr zemí OECD (2003)	31,81	26,81	36,79
Průměr zemí OECD (2006)	30,22	25,98	34,34

## HODNOCENÍ OTÁZKY 10.1

### Úplná odpověď

Kód 1: Pro pozice P1 – P5 jsou zakroužkována postupně čísla: 4, 3, 1, 2, 2.

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiná odpověď

Kód 9: Nezodpovězeno

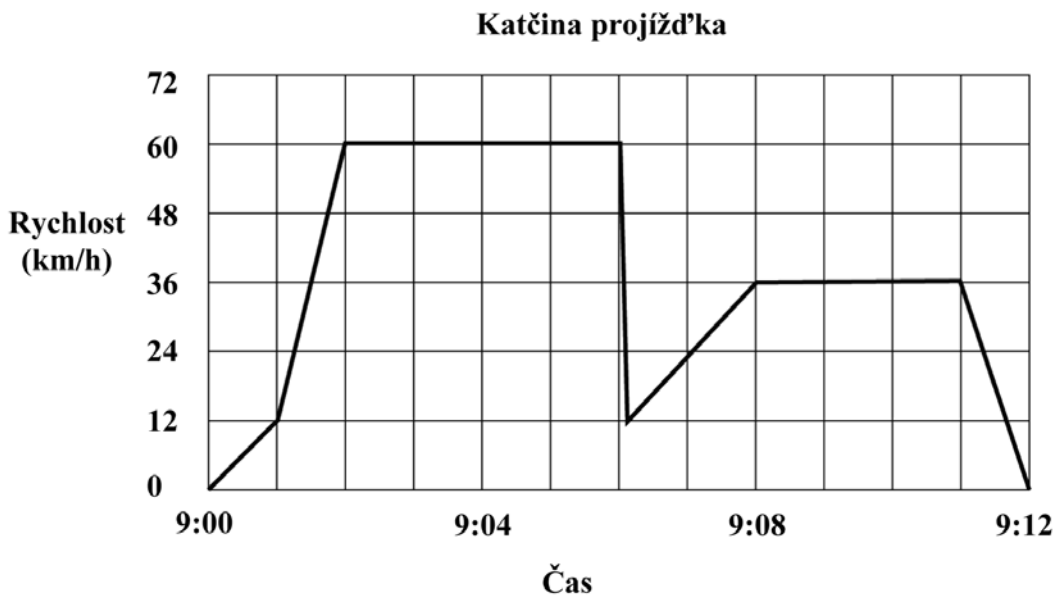
Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2003	55,39	39,66	4,95
Četnost (%) 2006	61,61	34,47	3,92

Cílem úlohy je vyřešit prostorovou situaci pomocí jejího dvojrozměrného modelu. Úkolem žáků je v dvojrozměrném modelu úlohy vyznačit zorný úhel a výsledek interpretovat v trojrozměrném prostoru. V úspěšnosti řešení čeští žáci překonali průměr zemí OECD, přičemž chlapci byli při řešení přibližně o 10 procentních bodů úspěšnější než děvčata.

## ÚLOHA 11

## PROJÍŽDKA AUTEM

Katka si vyjela v autě. Během jízdy náhle před auto vběhla kočka. Katka šlápla na brzdu a kočku minula. Trochu otřesena se Katka rozhodla vrátit domů. Následující graf je zjednodušeným záznamem rychlosti auta při projíždce.



### Otázka 11.1 PROJÍŽDKA AUTEM

Jaké maximální rychlosti dosáhlo auto za této jízdy?  
Maximální rychlost: ..... km/h

#### ZÁMĚR OTÁZKY 11.1

Popis: Porozumět grafu, který znázorňuje rychlost auta během jízdy

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Veřejný

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	97,13	96,72	97,52
Česká republika (2006)	95,74	95,35	96,05
Průměr zemí OECD (2003)	95,32	95,08	95,57
Průměr zemí OECD (2006)	95,47	95,17	95,76

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 11.1

**Úplná odpověď**

Kód 1: 60 km/h

**Nevyhovující odpověď**

Kód 0: Jiná odpověď

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2003	1,34	97,13	1,53
Četnost (%) 2006	1,83	95,74	2,43

Úloha testuje schopnost přečíst data z grafu. Úspěšnost řešení úlohy překročila 95 %.

## Otázka 11.2 PROJÍŽDKA AUTEM

Kolik bylo hodin, když Katka šlápla na brzdu, aby se vyhnula kočce?  
Odpověď: .....

### ZÁMĚR OTÁZKY 11.2

Popis: Porozumět grafu, který znázorňuje rychlost auta během jízdy

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Veřejný

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	79,74	75,88	83,42
Česká republika (2006)	76,74	71,82	80,57
Průměr zemí OECD (2003)	78,42	76,35	80,48
Průměr zemí OECD (2006)	80,59	78,65	82,46

### HODNOCENÍ OTÁZKY 11.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: 9:06 NEBO šest minut po deváté hodině

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiná odpověď

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2003	18,81	79,74	1,44
Četnost (%) 2006	21,09	76,74	2,17

Při řešení úlohy žáci prokazují schopnost interpretovat graf a identifikovat reálnou situaci z průběhu grafu.

## Otázka 11.3 PROJÍŽDKA AUTEM

Byla Katčina zpáteční cesta kratší než vzdálenost, kterou ujela z domova k místu, kde se odehrála příhoda s kočkou?  
Vysvětli svou odpověď pomocí údajů uvedených v grafu.

## ZÁMĚR OTÁZKY 11.3

Popis: Porozumět grafu, který znázorňuje rychlost auta během jízdy

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Veřejný

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika (2003)	21,46	16,43	26,27
Česká republika (2006)	21,10	17,29	24,07
Průměr zemí OECD (2003)	30,00	26,82	33,17
Průměr zemí OECD (2006)	29,12	26,40	31,74

## HODNOCENÍ OTÁZKY 11.3

### Úplná odpověď

Kód 1: Odpověď, že cesta domů byla kratší, s náležitým vysvětlením. Vysvětlení spočívá v nižší průměrné rychlosti A ZÁROVEŇ v (přibližně) stejné době návratu, nebo v podobné argumentaci. Za správnou odpověď lze považovat i odkaz na menší obsah útvaru pod grafem u zpáteční cesty.

- První část byla delší než cesta domů – v obou případech cesta trvala stejnou dobu, ale v první části jela mnohem rychleji, než ve druhé části.
- Cesta, kterou jela Katka domů, byla kratší, protože jí zabrala méně času a jela pomaleji.

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Správná odpověď bez náležitého vysvětlení.

- Byla kratší, protože když šlápla na brzdu, právě překročila polovinu celkového času.
- Cesta domů byla kratší. Na grafu pokrývá jen 8 čtverečků, zatímco cesta tam pokrývá 9 čtverečků.

NEBO

Jiná odpověď

- Ne, obě cesty byly stejně dlouhé, protože jí návrat trval 6 minut, ale jela pomaleji.
- Z grafu je vidět, že započítáme-li dobu, kdy Katka brzdila kvůli kočce, bylo to možná o několik vteřin rychlejší, ale zhruba stejné.
- Z grafu lze vyčíst, že vzdálenost k místu, kde zastavila, byla stejná jako vzdálenost zpátky domů.

Kód 9: Nezodpovězeno

Kód odpovědi	Odpovědi českých žáků		
	0	1	9
Četnost (%) 2003	61,86	21,46	16,68
Četnost (%) 2006	61,89	21,10	17,01

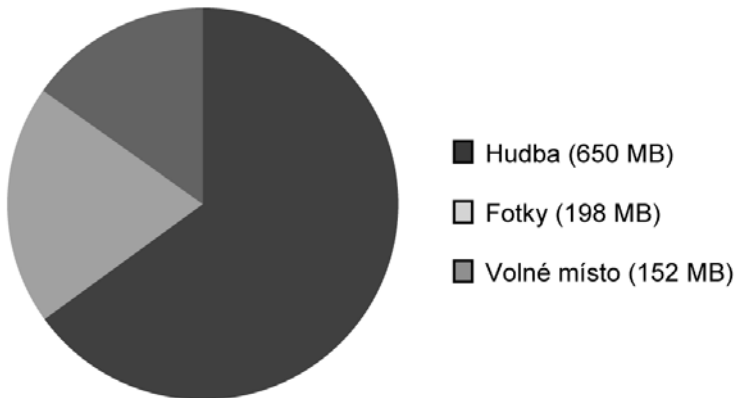
V úloze mají žáci porovnat délku dvou úseků cesty na základě údajů o rychlosti a času jízdy uvedených v grafu. Při jejím řešení využívají znalosti vztahu (závislosti) mezi veličinami dráha, rychlost a čas pohybu. Vzhledem k tomu, že graf zobrazuje okamžitou rychlost, nelze délku jednotlivých úseků vyčíst, úloha se musí řešit úvahou na základě porovnání okamžitých rychlostí a času pohybu v jednotlivých úsecích cesty. V úspěšnosti řešení úlohy čeští žáci zaostali za průměrem zemí OECD.

## 2 ÚLOHY Z PILOTÁŽE

V této kapitole uvádíme 17 úloh, které byly vyvinuty pro šetření PISA 2012. Tyto úlohy pilotované v roce 2011 však nebyly zařazeny do hlavního šetření, ale uvolněny ke zveřejnění. Protože se úlohy nezařadily v hlavním šetření, uváděné úspěšnosti nejsou reprezentativní za celou populaci patnáctiletých žáků, pouze vyjadřují úspěšnost žáků, kteří se pilotního šetření zúčastnili. Jen pro orientaci uvádíme úspěšnost českých žáků a průměr zemí OECD, výsledky dívek a chlapců nejsou k dispozici.

USB flash disk je malé přenosné zařízení, na kterém si můžeš uchovávat data. Ivan si na svůj flash disk ukládá písničky a fotky. Flash disk má kapacitu 1 GB (1 000 MB). Na diagramu vidíš, jak je místo na disku využito.

## Využití místa na flash disku



### Otázka 1.1 USB FLASH DISK

Ivan si chce na flash disk uložit album s fotkami o velikosti 350 MB, ale nemá na něm dost volného místa. Nechce smazat žádnou fotku, ale klidně vymaže až dvě hudební alba. V tabulce vidíš velikosti hudebních alb, která má Ivan na svém flash disku uložena.

Album	Velikost
Album 1	100 MB
Album 2	75 MB
Album 3	80 MB
Album 4	55 MB
Album 5	60 MB
Album 6	80 MB
Album 7	75 MB
Album 8	125 MB

Získá Ivan na flash disku dostatek místa pro uložení alba s fotkami, když smaže nejvýše dvě hudební alba? Zakroužkuj „Ano“ nebo „Ne“ a svou odpověď zdůvodni výpočtem.  
Odpověď: Ano / Ne

### ZÁMĚR OTÁZKY 1.1

Popis: Porovnat a vypočítat příslušné hodnoty, které splňují daná kritéria

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Osobní

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	37,85
Průměr zemí OECD (2012)	39,47

## HODNOCENÍ OTÁZKY 1.1

### Úplná odpověď

Kód 1: Odpověď ANO vyjádřena explicitně nebo implicitně A ZÁROVEŇ uvedení příkladu dvojice alb, jejichž velikost je dohromady nejméně 198 MB.

- Ivan potřebuje získat místo o velikosti 198 MB (350 - 152), musí tedy vymazat dvě alba, která zabírají dohromady minimálně 198 MB, například album 1 a album 8.
- Ano, mohl by smazat album 7 a album 8, a tak získat dostatečně velké místo  $152 + 75 + 125 = 352$  MB.

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	52,57	37,85	9,58

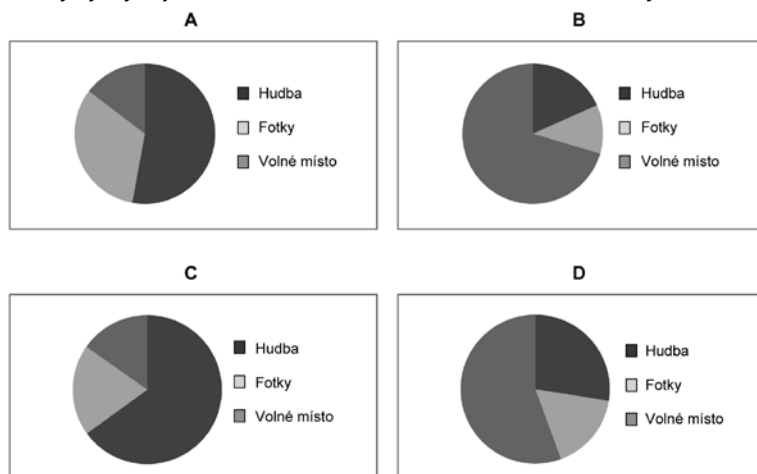
Složená slovní úloha, při jejímž řešení musí žáci prokázat schopnost číst data z kruhového diagramu i tabulky a určit hodnoty splňující daná kritéria. Žáci nejprve musí vypočítat kapacitu disku, kterou je třeba uvolnit ( $350 \text{ MB} - 152 \text{ MB} = 198 \text{ MB}$ ), a pak identifikovat dvě hudební alba, která je třeba vymazat, aby na disku vznikla potřebná volná kapacita, tj. vybrat dvě alba, jejichž součet velikostí je větší nebo roven 198 MB. Úloha má 5 řešení – je třeba smazat album 8 a jedno z alb 1, 2, 3, 6, nebo 7. K získání bodového skóre stačilo uvést jedno řešení.

## Otázka 1.2 USB FLASH DISK

Během následujících týdnů Ivan několik fotek a písniček smazal, ale také si na flash disk uložil nové soubory s hudbou a s fotkami. V tabulce vidíš, jak je flash disk využit nyní.

Hudba	550 MB
Fotky	338 MB
Volné místo	112 MB

Od bratra dostal nový zcela prázdný flash disk o kapacitě 2 GB (2000 MB). Obsah starého disku přesunul Ivan na nový. Který z diagramů znázorňuje, jak je využito místo na novém flash disku? Zakroužkuj A, B, C nebo D.



## ZÁMĚR OTÁZKY 1.2

Popis: Porozumět vztahu mezi slovním popisem problému a jeho matematickým vyjádřením pomocí formálního a symbolického jazyka

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Osobní

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	45,65
Průměr zemí OECD (2012)	48,43

## HODNOCENÍ OTÁZKY 1.2

### Úplná odpověď

Kód 1: D

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	25,66	9,55	8,88	45,65

V úloze mají žáci identifikovat kruhový diagram, který znázorňuje údaje obsažené v tabulce a textu úlohy. Odpovídající kruhový diagram musí splňovat dvě kritéria: přibližně (resp. více než) 1/2 disku je volná (1 112 MB z 2 000 MB) a přibližně (resp. více než) 1/4 disku zabírá hudba (550 MB z 2 000 MB). Z nesprávných odpovědí měla největší četnost odpověď A – kruhový diagram znázorňující využití místa na původním disku s kapacitou 1 GB.



Planeta hudby - specialista na MP3		
<p><b>MP3 přehrávač</b></p>  <p><b>155 zedů</b></p>	<p><b>Sluchátka</b></p>  <p><b>86 zedů</b></p>	<p><b>Reproduktory</b></p>  <p><b>79 zedů</b></p>

### Otázka 2.1 MP3 PŘEHRÁVAČE

Olina sečetla na kalkulačce ceny MP3 přehrávače, sluchátek a reproduktorů. Vyšlo jí 248.



Olinin výsledek není správný. Udělala jednu z následujících chyb. Kterou chybu udělala?

- A Jednu cenu přičetla dvakrát.
- B Jednu ze tří cen zapoměla započítat.
- C U jedné ceny vynechala poslední číslici.
- D Jednu z cen nepřičetla, ale odečetla.

#### ZÁMĚR OTÁZKY 2.1

Popis: Určit, k jaké chybě došlo při sčítání tří peněžních částek na kalkulačce

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Osobní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	71,33
Průměr zemí OECD (2012)	75,18

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 2.1

##### Úplná odpověď

Kód 1: C U jedné ceny vynechala poslední číslici.

##### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	4,85	11,71	71,33	7,03

Jednoduchá úloha s vysokým procentem úspěšnosti řešení. Její matematickou podstatou je sčítání přirozených čísel. Správné řešení úlohy lze nalézt zkusem nebo systematickým prováděním výpočtů popsaných v jednotlivých variantách odpovědí.

## Otázka 2.2 MP3 PŘEHRÁVAČE

Obchod Planeta hudby má výprodej. Při nákupu **dvou nebo více** kusů zboží odečte **20 %** z běžné prodejní ceny těchto kusů.

Jakub může utratit 200 zedů.

Co si může ve výprodeji koupit?

V každém řádku zakroužkuj „Ano“ nebo „Ne“.

Zboží	Může si Jakub koupit toto zboží za 200 zedů?
MP3 přehrávač a sluchátka	Ano / Ne
MP3 přehrávač a reproduktory	Ano / Ne
Všechny 3 výrobky – MP3 přehrávač, sluchátka a reproduktory	Ano / Ne

### ZÁMĚR OTÁZKY 2.2

Popis: Rozhodnout, zda daná peněžní částka bude při nabízené procentuální slevě stačit na nákup daného zboží

Matematický obsah: Kvantita

Kontext: Osobní

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	53,74
Průměr zemí OECD (2012)	56,27

### HODNOCENÍ OTÁZKY 2.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: Všechny tři odpovědi správně: Ano, Ano, Ne v tomto pořadí

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	42,66	53,74	3,60

Jednoduchá slovní úloha na procentový počet. V prvním kroku žáci vypočítají cenu zboží po slevě a následně výsledek porovnájí s částkou, kterou má Jakub k dispozici na nákup. Úloha měla vysoké procento úspěšnosti řešení – všechny 3 otázky zodpověděla správně více než polovina žáků, další téměř čtvrtina žáků zodpověděla správně 2 otázky.

## Otázka 2.3 MP3 PŘEHRÁVAČE

Do běžné prodejní ceny MP3 přehrávače je **započítán** také zisk prodejce ve výši 37,5 %. Cena bez tohoto zisku se nazývá velkoobchodní cena.

Výše zisku se vypočítá jako určitý počet procent z velkoobchodní ceny.

Vyjadřují vzorce v tabulce správně vztah mezi velkoobchodní cenou  $v$  a běžnou prodejní cenou  $p$ ?

V každém řádku zakroužkuj „Ano“ nebo „Ne“.

Vzorec	Je vzorec správný?
$p = v + 0,375$	Ano / Ne
$v = p - 0,375p$	Ano / Ne
$p = 1,375v$	Ano / Ne
$v = 0,625p$	Ano / Ne

### ZÁMĚR OTÁZKY 2.3

Popis: Rozhodnout, který algebraický vzorec správně vyjadřuje vztah dvou peněžních proměnných, z nichž je v jedné zahrnut zisk vyjádřený procenty

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Pracovní

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	7,99
Průměr zemí OECD (2012)	7,86

### HODNOCENÍ OTÁZKY 2.3

#### Úplná odpověď

Kód 1: Všechny čtyři odpovědi správně: Ne, Ne, Ano, Ne v tomto pořadí

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	82,55	7,99	9,46

Úloha testuje schopnost matematizovat reálnou situaci – žáci mají rozhodnout, zda algebraický vzorec odpovídá slovnímu popisu procentuálního vztahu mezi dvěma proměnnými. Způsob hodnocení úlohy neumožňuje zjistit, kolik procent žáků vyhodnotilo správně jednotlivé vzorce – uvádí pouze procento žáků, kteří správně vyhodnotili všechny čtyři vzorce (jen přibližně 8 % testovaných žáků).



Jean Baptiste, fotograf zvířat, se vydal na roční expedici, během které pořídil mnoho fotografií tučňáků a jejich mláďat.

Zajímal se zejména o růst populace v různých koloniích tučňáků.

### Otázka 3.1 TUČŇÁCI

Jeden pár tučňáků snese obvykle dvě vejce ročně. Většinou přežije pouze mládě, které se vylíhne z většího z obou vajec.

U tučňáků skalních váží první vejce přibližně 78 g a druhé přibližně 110 g.

Přibližně o kolik procent je druhé vejce těžší než první vejce?

- A o 29 %
- B o 32 %
- C o 41 %
- D o 71 %



#### ZÁMĚR OTÁZKY 3.1

Popis: Vypočítat počet procent v reálném kontextu

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Vědecký

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	22,20
Průměr zemí OECD (2012)	22,95

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 3.1

**Úplná odpověď**

Kód 1: C 41 %

**Nevyhovující odpověď**

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	20,15	43,34	22,20	12,64

Slovní úloha na výpočet počtu procent s poměrně malou úspěšností řešení. Žáci nejčastěji chybovali v tom, že určili rozdíl v hmotnosti obou vajec, ale nevyjádřili ho v procentech (odpověď B), nebo pro výpočet počtu procent určili chybně základ, příp. i procentovou část.

### Otázka 3.2 TUČŇÁCI

Fotografa zajímá, jak se v příštích letech změní velikost populace v kolonii tučňáků. Při svých výpočtech vychází z těchto předpokladů:

- Na začátku roku má kolonie 10 000 tučňáků (5 000 párů).
  - Každý rok na jaře vyvede každý pár tučňáků jedno mládě.
  - Během roku uhynie 20 % všech tučňáků (dospělých i mláďat).
- Kolik tučňáků (dospělých i mláďat) bude v kolonii na konci prvního roku?

Počet tučňáků: .....

#### ZÁMĚR OTÁZKY 3.2

Popis: Pochopit reálnou situaci s cílem vypočítat konkrétní počet na základě přírůstku/poklesu vyjádřeného v procentech

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Vědecký

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	35,58
Průměr zemí OECD (2012)	38,92

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 3.2

##### Úplná odpověď

Kód 1: 12 000

##### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	57,32	35,58	7,10

Úloha na výpočet procentové části, jejíž úspěšné vyřešení vyžaduje pochopit popis reálné situace a správně určit základ pro výpočet. Ve výpočtu chybovala více než 1/2 testovaných žáků.

### Otázka 3.3 TUČŇÁCI

Jean předpokládá, že se kolonie bude dále zvětšovat tímto způsobem:

- Na začátku každého roku bude v kolonii stejný počet samic a samečků, kteří se spárují.
- Každý rok na jaře vyvede každý pár tučňáků jedno mládě.
- Během roku uhynie 20 % všech tučňáků (dospělých i mláďat).
- Také jednoletí tučňáci vyvádějí mláďata.

Na základě těchto předpokladů určí, který vztah vyjadřuje velikost populace tučňáků  $T$  za 7 let.

A  $T = 10\,000 \cdot (1,5 \cdot 0,2)^7$

B  $T = 10\,000 \cdot (1,5 \cdot 0,8)^7$

C  $T = 10\,000 \cdot (1,2 \cdot 0,2)^7$

D  $T = 10\,000 \cdot (1,2 \cdot 0,8)^7$

### ZÁMĚR OTÁZKY 3.3

Popis: Porozumět dané situaci a vybrat odpovídající matematický model

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Vědecký

Popis: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	29,97
Průměr zemí OECD (2012)	29,39

### HODNOCENÍ OTÁZKY 3.3

#### Úplná odpověď

Kód 1: B  $T = 10\,000 \cdot (1,5 \cdot 0,8)^7$

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

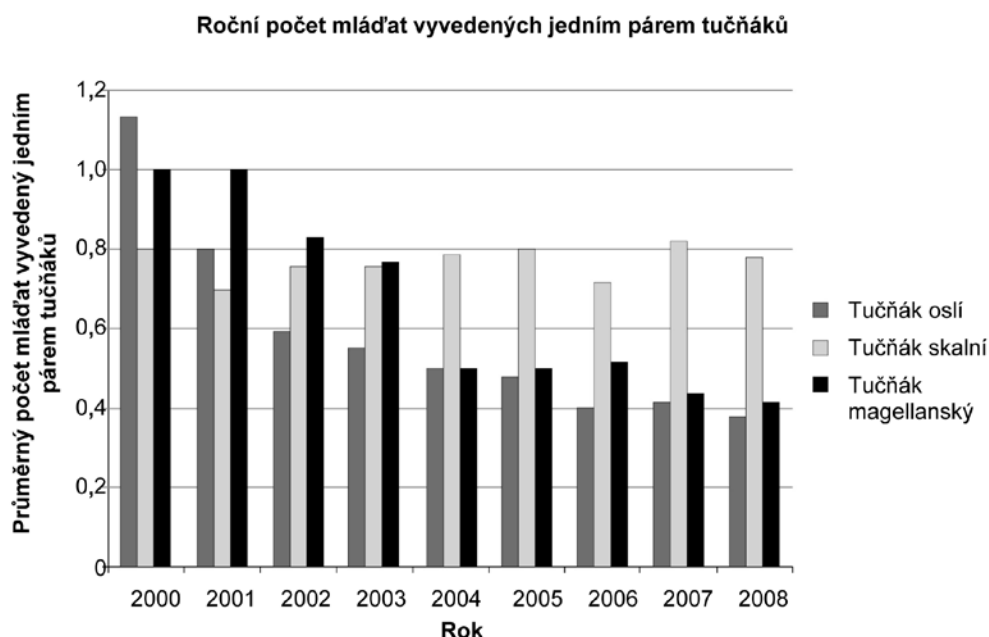
Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	27,82	29,97	23,04	12,22

Obtížná úloha, v níž mají žáci identifikovat vzorec, který odpovídá popisu reálné situace. Úspěšné vyřešení úlohy předpokládá porozumět popisu reálné situace a významu jednotlivých čísel ve vzorci. Statistické parametry žákovských odpovědí nasvědčují tomu, že pro žáky byla úloha velmi obtížná a značná část z nich výsledek pravděpodobně tipovala náhodně.

### Otázka 3.4 TUČŇÁCI

Po návratu z expedice hledal Jean Baptiste na internetu, kolik mláďat v průměru vyvede jeden pár tučňáků. Našel sloupcový diagram s informacemi o tučňákoví oslím, o tučňákoví skalním a o tučňákoví magellanském.



Podle diagramu rozhodni, zda jsou tvrzení o těchto třech druzích tučňáků pravdivá nebo nepravdivá. V každém řádku zakroužkuj „Pravdivé“ nebo „Nepravdivé“.

Tvrzení	Je toto tvrzení pravdivé nebo nepravdivé?
V roce 2000 byl průměrný počet mláďat vyvedený jedním párem tučňáků vyšší než 0,6.	Pravdivé / Nepravdivé
V průměru méně než 80 % tučňáků vyvedlo v roce 2006 jedno mládě.	Pravdivé / Nepravdivé
Do roku 2015 všechny tyto tři druhy tučňáků vyhynou.	Pravdivé / Nepravdivé
Průměrný počet mláďat vyvedených párem tučňáků magellanských v letech 2001 až 2004 klesal.	Pravdivé / Nepravdivé

### ZÁMĚR OTÁZKY 3.4

Popis: Analyzovat různá tvrzení na základě sloupcového diagramu

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Vědecký

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	40,26
Průměr zemí OECD (2012)	42,39

### HODNOCENÍ OTÁZKY 3.4

#### Úplná odpověď

Kód 1: Všechny čtyři odpovědi správně: Ano, Ano, Ne, Ano v tomto pořadí

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	58,47	40,26	1,27

Úloha testuje schopnost číst a interpretovat data znázorněná pomocí sloupcového diagramu a konfrontovat je s uvedenými tvrzeními. Způsob hodnocení úlohy neumožňuje zjistit, kolik procent žáků vyhodnotilo správně jednotlivá tvrzení – uvádí pouze procento žáků, kteří správně vyhodnotili všechna čtyři tvrzení. Úloha nebyla pro žáky obtížná – všechna čtyři tvrzení vyhodnotilo správně cca 40 % žáků, další více než 1/3 žáků vyhodnotila správně právě tři tvrzení.

V Japonsku se nachází známá spící sopka Mount Fuji.



## Otázka 4.1 VÝSTUP NA MOUNT FUJI

Každý rok je Mount Fuji přístupná pro veřejnost pouze od 1. července do 27. srpna. V tomto období vystoupí na Mount Fuji okolo 200 000 lidí.

Přibližně kolik lidí průměrně vystoupí na Mount Fuji každý den?

- A 340 lidí
- B 710 lidí
- C 3 400 lidí
- D 7 100 lidí
- E 7 400 lidí

### ZÁMĚR OTÁZKY 4.1

Popis: Určit průměrnou denní hodnotu na základě celkového počtu a daného období (podle zadaných dat)

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Veřejný

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	65,86
Průměr zemí OECD (2012)	68,54

### HODNOCENÍ OTÁZKY 4.1

#### Úplná odpověď

Kód 1: C 3 400 lidí

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpověď	Odpovědi českých žáků				
	A	B	C	D	E
Četnost (%) 2012	7,66	6,97	65,86	5,14	10,27



Matematickou podstatou úlohy je výpočet aritmetického průměru. Počet dní potřebných pro výpočet není zadán absolutním číslem, ale časovým obdobím. Úloha nebyla pro žáky obtížná, správně ji vyřešily přibližně 2/3 testovaných žáků.

## Otázka 4.2 VÝSTUP NA MOUNT FUJI

Turistická stezka Gotemba, která vede na vrchol Mount Fuji, je dlouhá přibližně 9 kilometrů (km).

Turisté se musí z této túry dlouhé 18 km vrátit do 20:00 hodin.

Toshi předpokládá, že je schopný vystoupit na horu průměrnou rychlostí 1,5 kilometru za hodinu a zpátky sestoupit dvojnásobnou rychlostí. Při těchto rychlostech bude mít čas i na přestávky na jídlo a na odpočinek.

V kolik hodin by měl Toshi nejpozději vyrazit, aby se s ohledem na předpokládané rychlosti stihl vrátit do 20:00?

### ZÁMĚR OTÁZKY 4.2

Popis: Vypočítat potřebný čas ze dvou různých rychlostí a celkové vzdálenosti

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Veřejný

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	30,11
Průměr zemí OECD (2012)	34,35

### HODNOCENÍ OTÁZKY 4.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: v 11 hodin [Nebo ekvivalentní zápis času, např. 11:00.]

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	44,51	30,11	25,38

Složená slovní úloha na pohyb, v níž musí žáci prokázat znalost vztahu mezi veličinami rychlost, délka a čas pohybu. Úlohu vyřešila správně pouze necelá třetina testovaných žáků. Bylo by zajímavé sledovat, kolik žáků vypočítalo správně dobu potřebnou na túru, ale neurčilo, v kolik hodin vyrazit na túru nejpozději.

## Otázka 4.3 VÝSTUP NA MOUNT FUJI

Toshi si na výstup po turistické stezce Gotemba vzal krokometr, aby mohl počítat svoje kroky.

Jeho krokometr ukázal, že během výstupu ušel 22 500 kroků.

Odhadni průměrnou délku Toshiho kroku během 9kilometrového výstupu po turistické stezce Gotemba. Výsledek uveď v centimetrech (cm).

Odpověď: .....cm

### ZÁMĚR OTÁZKY 4.3

Popis: Vydělit danou délku v km daným číslem a podíl vyjádřit v cm

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Veřejný

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	30,01
Průměr zemí OECD (2012)	31,23

### HODNOCENÍ OTÁZKY 4.3

#### Úplná odpověď

Kód 2: 40

#### Částečná odpověď

Kód 1: 0,4 [Odpověď je vyjádřena v metrech.]

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno


Odpovědi českých žáků				
Kód odpovědi	0	1	2	9
Četnost (%) 2012	45,65	4,44	27,79	22,13

Slovní úloha na přímou úměrnost s využitím převodu jednotek délky. Vysoké procento nesprávných odpovědí může souviset s kontextem úlohy – nesprávné určení vzdálenosti (18 km) zejména s ohledem na předcházející úlohu.

## ÚLOHA 5

## PRÁZDNINOVÝ BYT

Kristýna našla na internetu na prodej tento prázdninový byt. Přemýšlí o tom, že byt koupí, aby ho mohla dále pronajímat prázdninovým hostům.

Počet místností:	1 x obývací pokoj s jídelnou 1 x ložnice 1 x koupelna	 <p style="text-align: right;"><b>Cena: 200 000 zedů</b></p>
Rozloha:	60 metrů čtverečných (m <sup>2</sup> )	
Parkovací místo:	ano	
Dosažitelnost centra:	10 minut	
Vzdálenost na pláž:	350 metrů (m) vzdušnou čarou	
Průměrná obsazenost hosty za posledních 10 let:	315 dní v roce	

### Otázka 5.1 PRÁZDNINOVÝ BYT

Kristýna požádala odborníka, aby posoudil cenu prázdninového bytu. Odborník používá pro odhad ceny bytu tato kritéria:

Cena za m <sup>2</sup>	Základní cena:	2 500 zedů za m <sup>2</sup>			
<b>Další hodnotící kritéria</b>	<b>Dosažitelnost centra:</b>	Více než 15 minut: +0 zedů	5 až 15 minut: +10 000 zedů	Méně než 5 minut: +20 000 zedů	
	<b>Vzdálenost na pláž (vzdušnou čarou):</b>	Více než 2 km: +0 zedů	1 až 2 km: +5 000 zedů	0,5 až 1 km: +10 000 zedů	Méně než 0,5 km: +15 000 zedů
	<b>Parkovací místo:</b>	Ne: +0 zedů	Ano: +35 000 zedů		

Pokud cena odhadnutá odborníkem je vyšší než uváděná prodejní cena, je pro Kristýnu jako případného kupce považována za „velmi dobrou“ prodejní cenu.

Vysvětlí, proč je podle odborníkových kritérií navrhovaná prodejní cena pro Kristýnu „velmi dobrá“.

### ZÁMĚR OTÁZKY 5.1

Popis: Posoudit několik kritérií vzhledem k uváděné prodejní ceně prázdninového bytu

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Veřejný

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	32,54
Průměr zemí OECD (2012)	36,95

## HODNOCENÍ OTÁZKY 5.1

### Úplná odpověď

Kód 1: Odpověď, která uvádí, že odhad ceny bytu podle odborníkových kritérií je 210 000 zedů, což je více než 200 000 zedů. Uváděná cena je tedy „velmi dobrá“ cena. [Cena 210 000 zedů musí být uvedena explicitně, ale prodejní cena může být vyjádřena implicitně nebo explicitně.]

- Cena odhadnutá odborníkem je 210 000 zedů, což je více než inzerovaná cena 200 000 zedů, to znamená, že je to velmi dobrá cena.
- Celková cena 210 000 zedů je vyšší než inzerovaná cena.

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	37,44	32,54	30,02

Cílem úlohy je pomocí výpočtu ceny bytu podle několika kritérií potvrdit uvedený závěr. Ačkoliv se nejedná o nijak zvlášť obtížnou úlohu, měla poměrně malé procento úspěšnosti řešení.

## Otázka 5.2 PRÁZDNINOVÝ BYT

Za posledních 10 let byla průměrná obsazenost bytu prázdninovými hosty 315 dní v roce.

Rozhodni, zda z této informace můžeš odvodit následující tvrzení v tabulce.

V každém řádku zakroužkuj „Ano“ nebo „Ne“.

Tvrzení	Může být tvrzení odvozeno z uvedených údajů?
S jistotou můžeme říci, že alespoň v jednom roce za posledních 10 let byl prázdninový byt obsazen hosty přesně 315 dní.	Ano / Ne
Teoreticky je možné, že v posledních 10 letech byl prázdninový byt každý rok obsazen hosty déle než 315 dnů.	Ano / Ne
Teoreticky je možné, že za posledních 10 let nebyl byt během jednoho roku obsazen hosty vůbec.	Ano / Ne

**Poznámka: Předpokládej, že rok má 365 dní.**

## ZÁMĚR OTÁZKY 5.2

Popis: Interpretovat význam uvedené průměrné hodnoty

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Veřejný

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	13,97
Průměr zemí OECD (2012)	14,98

## HODNOCENÍ OTÁZKY 5.2

### Úplná odpověď

Kód 1: Všechny tři odpovědi správně: Ne, Ne, Ano v tomto pořadí

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

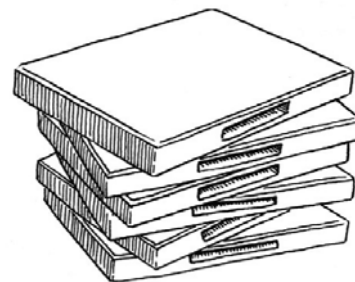
Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	80,88	13,97	5,15

Vyhodnocením pravdivostní hodnoty tří uvedených tvrzení mají žáci prokázat, že rozumí pojmu aritmetický průměr. Všechna tři tvrzení vyhodnotilo správně necelých 15 % testovaných žáků, právě dvě, resp. právě jedno tvrzení vyhodnotila správně přibližně třetina žáků. Způsob hodnocení úlohy neumožňuje zjistit, kolik procent žáků vyhodnotilo správně jednotlivá tvrzení.

## ÚLOHA 6

## PŮJČOVNA DVD

Katka pracuje v půjčovně DVD a počítačových her.  
Roční členský poplatek v této půjčovně činí 10 zedů.  
Jak vidíš v tabulce, cena za půjčení DVD je pro členy nižší než cena pro nečleny.



Cena za půjčení DVD pro nečlena	Cena za půjčení DVD pro člena
3,20 zedu	2,50 zedu

### Otázka 6.1 Půjčovna DVD

V loňském roce byl Tadeáš členem půjčovny DVD.  
Během loňského roku utratil v půjčovně celkem 52,50 zedu včetně členského poplatku.  
Kolik by Tadeáš utratil, kdyby nebyl členem a kdyby si půjčil stejný počet DVD?

Částka v zedech: .....

#### ZÁMĚR OTÁZKY 6.1

Popis: Vypočítat a porovnat čísla v situaci z každodenního života  
Tematický okruh: Kvantita  
Kontext: Osobní  
Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	36,06
Průměr zemí OECD (2012)	40,05

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 6.1

##### Úplná odpověď

Kód 1: 54,40

##### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	53,77	36,06	10,17

Úloha testuje schopnost vytvořit matematický model (vzorec pro výpočet) odpovídající slovnímu popisu reálné situace a použít ho při řešení úlohy. Předpokladem pro algebraické vyřešení úlohy je sestavení vzorců pro výpočet ceny  $C$  za vypůjčení  $x$  DVD. Pro členy má tvar  $C = 10 + 2,5x$ , pro nečleny  $C = 3,2x$ . Úlohu lze řešit i úvahou (numericky).

## Otázka 6.2 PŮJČOVNA DVD

Nejméně kolik DVD si musí člen vypůjčit, aby se mu pokryl roční poplatek? Napiš postup výpočtu.

Počet DVD: .....

### ZÁMĚR OTÁZKY 6.2

Popis: Vypočítat a porovnat čísla v situaci z každodenního života

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Osobní

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	15,79
Průměr zemí OECD (2012)	16,66

### HODNOCENÍ OTÁZKY 6.2

#### Úplná odpověď

Kód 21: 15 [Algebraické řešení se správným zdůvodněním.]

- $3,20x = 2,50x + 10$

- $0,70x = 10$

- $x = 10 / 0,70 = 14,2$  přibližně, ale výsledek musí být celé číslo, tedy 15 DVD

- $3,20x > 2,50x + 10$  [Obdobný postup, ale s nerovnicí.]

Kód 22: 15 [Numerické řešení se správným zdůvodněním.]

- Za každé DVD člen ušetří 0,70 zedu. Protože už na začátku zaplatil 10 zedů, musí tedy ušetřit aspoň tuto částku, aby se mu členství vyplatilo.  $10 / 0,70 = 14,2$ . Takže 15 DVD.

Kód 23: 15 [Správné řešení metodou zkusmo, kdy si žák zvolí počet a zjistí cenu pro členy a pro nečleny, čímž zjistí správný počet (15), za který člen zaplatí méně než nečlen.]

- 10 DVD = 32 zedy pro nečleny a 25 zedů + 10 zedů = 35 zedů pro členy.

Je tedy třeba vyzkoušet počet větší než 10. 15 DVD stojí 54 zedy pro nečleny a  $37,50 + 10 = 47,50$  zedu pro členy. Zkouška o něco málo menšího počtu: 14 DVD = 44,80 zedu pro nečleny a  $35 + 10 = 45$  zedů pro členy.

Odpověď je tedy 15 DVD.

Kód 24: 15 s jiným správným postupem

#### Částečná odpověď

Kód 11: 15 bez uvedení postupu

Kód 12: Správný výpočet, ale nesprávné nebo žádné zaokrouhlení, žák nebral v úvahu kontext.

- 14
- 14,2
- 14,3
- 14,28 ...

#### Nevyhovující odpověď

Kód 00: Jiné odpovědi

Kód 99: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků								
Kód odpovědi	00	11	12	21	22	23	24	99
Četnost (%) 2012	55,72	0,96	2,51	3,53	7,94	2,04	0,99	26,31

Podstatou řešení je určení počtu DVD, od kterého je způsob účtování pro členy půjčovny výhodnější. Úlohu vyřešilo správně jen přibližně 16 % testovaných žáků. Nejčastěji ji žáci řešili úvahou (numericky). Jak při algebraickém, tak při numerickém řešení museli žáci správně zaokrouhlit na celé číslo podle kontextu úlohy ( $14,2 = 15$ ).

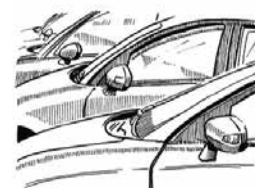
## ÚLOHA 7

## KTERÉ AUTO SI VYBRAT?

Karolína si udělala řidičák a chce si koupit svoje první auto.

V tabulce najdeš parametry čtyř aut, která si Karolína vyhlédla v nedalekém autobazaru.

Model:	Alma	Bolt	Castel	Dezal
Rok výroby	2003	2000	2001	1999
Inzerovaná prodejní cena (v zedech)	4 800	4 450	4 250	3 990
Najeto (v kilometrech)	105 000	115 000	128 000	109 000
Objem motoru (v litrech)	1,79	1,796	1,82	1,783



### Otázka 7.1 KTERÉ AUTO SI VYBRAT?

Karolína chce auto, které bude splňovat **všechny** její požadavky:

- Auto **nemá** najeto více než 120 000 kilometrů.
- Bylo vyrobeno v roce 2000 nebo později.
- Inzerovaná prodejní cena **nepřesáhne** 4 500 zedů.

Které auto vyhovuje Karolíniným požadavkům?

- A Alma
- B Bolt
- C Castel
- D Dezal

### ZÁMĚR OTÁZKY 7.1

Popis: Vybrat výrobek, který vyhovuje třem číselným podmínkám ve finančním kontextu

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Osobní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	88,11
Průměr zemí OECD (2012)	89,37

### HODNOCENÍ OTÁZKY 7.1

#### Úplná odpověď

Kód 1: B Bolt

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	2,40	88,11	2,54	5,32

Žáci mají prokázat schopnost identifikovat auto, které zároveň splňuje tři kritéria vyjádřená slovně ve formě nerovnic. Dvě kritéria jsou formulována negativně. Úspěšnost řešení úlohy byla velmi vysoká, téměř 90 %.



## Otázka 7.2 KTERÉ AUTO SI VYBRAT?

Které auto má nejmenší objem motoru?

- A Alma
- B Bolt
- C Castel
- D Dezal

### ZÁMĚR OTÁZKY 7.2

Popis: Určit nejmenší desetinné číslo ze čtyř možných

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Osobní

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	67,08
Průměr zemí OECD (2012)	71,37

### HODNOCENÍ OTÁZKY 7.2

**Úplná odpověď**

Kód 1: D Dezal

**Nevyhovující odpověď**

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	23,92	3,28	4,79	67,08

Matematickou podstatou úlohy je porovnávání desetinných čísel. Žáci mají ze čtveřice desetinných čísel s různým počtem desetinných míst vybrat nejmenší z nich.

## Otázka 7.3 KTERÉ AUTO SI VYBRAT?

Karolína bude muset navíc zaplatit poplatek, který činí 2,5 % z inzerované prodejní ceny.

Kolik zedů je tento poplatek u modelu Alma?

Poplatek v zedech: .....

### ZÁMĚR OTÁZKY 7.3

Popis: Vypočítat 2,5 % z hodnoty udané v tisících ve finančním kontextu

Tematický okruh: Kvantita

Kontext: Osobní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	46,72
Průměr zemí OECD (2012)	48,98

## HODNOCENÍ OTÁZKY 7.3

### Úplná odpověď

Kód 1: 120

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	42,89	46,72	10,39

Úloha na výpočet procentové části, v níž je potřeba základ pro výpočet vyhledat v tabulce s nadbytečnými údaji.

## ÚLOHA 8

## VADNÉ PŘEHRÁVAČE

Společnost *Electrix* vyrábí dva druhy elektronických přístrojů: videopřehrávače a audio přehrávače. Na konci výrobní směny jsou přehrávače testovány a ty, které jsou vadné, jsou staženy a poslány k opravě. V tabulce vidíš průměrný počet obou druhů přehrávačů, které jsou vyrobeny za jednu směnu, a průměrné procento vadných přehrávačů za jednu směnu.

Typ přehrávače	Průměrný počet přehrávačů vyrobených za jednu směnu	Průměrné procento vadných přehrávačů za jednu směnu
Videopřehrávač	2 000	5 %
Audio přehrávač	6 000	3 %

### Otázka 8.1 VADNÉ PŘEHRÁVAČE

V tabulce jsou tři tvrzení o výrobní směně ve společnosti *Electrix*. Jsou tato tvrzení pravdivá? V každém řádku zakroužkuj „Ano“ nebo „Ne“.

Tvrzení	Je tvrzení pravdivé?
Třetinu přehrávačů vyrobených za jednu směnu tvoří videopřehrávače.	Ano / Ne
V každé sadě 100 vyrobených videopřehrávačů je přesně 5 vadných.	Ano / Ne
Jestliže vybereme náhodně jeden audio přehrávač vyrobený během jedné směny, pravděpodobnost, že bude potřebovat opravit, je 0,03.	Ano / Ne

#### ZÁMĚR OTÁZKY 8.1

Popis: Interpretovat statistické údaje zahrnující neurčitost

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Pracovní

Postupy: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	16,54
Průměr zemí OECD (2012)	15,93

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 8.1

##### Úplná odpověď

Kód 1: Všechny tři odpovědi správně: Ne, Ne, Ano v tomto pořadí

##### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	82,32	15,93	1,14

Úloha klade vysoké nároky na čtení s porozuměním. Při jejím řešení žáci prokazují schopnost interpretace kvantitativních údajů a porozumění pojmům aritmetický průměr a počet procent. Hodnocení úlohy sleduje, kolik procent žáků vyhodnotilo správně pravdivostní hodnotu všech tří uvedených tvrzení. Způsob hodnocení neumožňuje zjistit, kolik procent žáků vyhodnotilo správně pravdivostní hodnotu jednotlivých tvrzení, proto z hodnocení nelze určit, které tvrzení činilo žákům největší problémy.

## Otázka 8.2 VADNÉ PŘEHRÁVAČE

Jeden z kontrolorů tvrdí:

„Počet videopřehrávačů poslaných do opravy za jednu směnu je v průměru vyšší než počet audio přehrávačů poslaných do opravy za jednu směnu.“

Rozhodni, zda má kontrolor pravdu či nikoliv. Svou odpověď matematicky zdůvodni.

### ZÁMĚR OTÁZKY 8.2

Popis: Interpretovat statistické údaje zahrnující neurčitost

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Pracovní

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	34,09
Průměr zemí OECD (2012)	36,32

### HODNOCENÍ OTÁZKY 8.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: Odpovídající vysvětlení ukazující, že kontrolor nemá pravdu.

- Kontrolor nemá pravdu; 5 % z 2 000 je 100, ale 3 % ze 6 000 je 180. V průměru se pošle k opravě 180 audio přehrávačů, což je více než 100 videopřehrávačů v průměru posílaných do opravy.
- Kontrolor nemá pravdu; poruchovost videopřehrávačů je 5 %, což je o něco méně než dvojnásobek poruchovosti audio přehrávačů. Společnost však denně vyrobí 6 000 audio přehrávačů, tedy třikrát více než videopřehrávačů. Celkový počet audio přehrávačů odeslaných k opravě bude proto vyšší.

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	42,89	34,09	23,02

Rozhodnutí o pravdivosti kontrolorova tvrzení je založeno na určení průměrného počtu kusů vadných audio a videopřehrávačů s využitím procentového počtu (výpočet procentové části). Přestože se z matematického hlediska jednalo o jednoduchou úlohu z procentového počtu, byla úspěšnost jejího řešení relativně malá. Úlohu lze vyřešit i úvahou založenou na porovnání poměru průměrného počtu vyrobených audio a videopřehrávačů s převráceným poměrem jejich vadnosti vyjádřené v procentech. Tento způsob řešení však lze očekávat s menší pravděpodobností.

## Otázka 8.3 VADNÉ PŘEHRÁVAČE

Společnost *Tronics* také vyrábí videopřehrávače a audio přehrávače. Na konci výrobní směny jsou testovány i přehrávače společnosti *Tronics* a ty, které jsou vadné, jsou staženy a poslány k opravě. Tabulky porovnávají průměrné počty obou typů přehrávačů vyrobených za jednu výrobní směnu a průměrné procento vadných výrobků za jednu výrobní směnu v obou společnostech.

Společnost	Průměrný počet videopřehrávačů vyrobených za jednu směnu	Průměrné procento vadných výrobků za jednu směnu
<i>Electrix</i>	2 000	5 %
<i>Tronics</i>	7 000	4 %

Společnost	Průměrný počet audio přehrávačů vyrobených za jednu směnu	Průměrné procento vadných výrobků za jednu směnu
<i>Electrix</i>	6 000	3 %
<i>Tronics</i>	1 000	2 %

Která z těchto dvou společností (*Electrix* nebo *Tronics*) má celkově nižší procento vadných přehrávačů? Použij údaje z tabulek a napiš postup výpočtu.

### ZÁMĚR OTÁZKY 8.3

Popis: Interpretovat statistické údaje zahrnující neurčitost

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Pracovní

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	17,74
Průměr zemí OECD (2012)	17,36

### HODNOCENÍ OTÁZKY 8.3

#### Úplná odpověď

Kód 1: Společnost *Electrix* a odpovídající matematické zdůvodnění této odpovědi.

- Společnost *Electrix*, protože 5 % ze 2 000 je 100 a 3 % ze 6 000 je 180, v průměru je tedy ve společnosti *Electrix* za směnu odesláno na opravu 280 přehrávačů. 280 z 8 000 znamená průměrnou poruchovost 3,5 %. Obdobným výpočtem u společnosti *Tronics* dojdeme k výsledku 3,75 %. [Odpověď může být uznána jako úplná pouze v případě, že je uveden výpočet procent.]

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	62,07	17,74	20,19

Složená slovní úloha na procentový počet. V prvním kroku musí žáci určit počet kusů vadných audio a videopřehrávačů u každé společnosti (výpočet procentové části) a následně vypočítat kolik procent ze všech přístrojů vyrobených u dané společnosti tvoří vadné přístroje (výpočet počtu procent). Každá z dílčích úloh vyžaduje správně určit základ a počet procent, resp. procentovou část. Úloha se ukázala jako velmi obtížná.

V tabulce vidíš údaje o počtu domácností vybavených televizí v pěti zemích. V tabulce je dále uvedeno, kolik procent domácností vybavených televizí má zároveň předplacenou kabelovou televizi.



Země	Počet domácností vybavených televizí	Počet procent domácností vybavených televizí ze všech domácností	Počet procent domácností s předplacenou kabelovou televizí ze všech domácností vybavených televizí
Japonsko	48,0 milionu	99,8 %	51,4 %
Francie	24,5 milionu	97,0 %	15,4 %
Belgie	4,4 milionu	99,0 %	91,7 %
Švýcarsko	2,8 milionu	85,8 %	98,0 %
Norsko	2,0 milionu	97,2 %	42,7 %

Zdroj: ITU, World Telecommunication Indicators 2004/2005  
ITU, World Telecommunication/ICT Development Report 2006

## Otázka 9.1 KABELOVÁ TELEVIZE

V tabulce se uvádí, že 85,8 % domácností ve Švýcarsku je vybaveno televizí. Který odhad je podle údajů z tabulky nejbližší celkovému počtu domácností ve Švýcarsku?

- A 2,4 milionu
- B 2,9 milionu
- C 3,3 milionu
- D 3,8 milionu

### ZÁMĚR OTÁZKY 9.1

Popis: Uplatnit úměrnost na daném souboru dat

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Veřejný

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	38,49
Průměr zemí OECD (2012)	41,84

### HODNOCENÍ OTÁZKY 9.1

#### Úplná odpověď

Kód 1: C 3,3 milionu

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	18,59	32,58	38,49	7,02

Slovní úloha z oblasti procentového počtu. Předpokladem pro správné vyřešení úlohy je vybrat z tabulky s nadbytečnými údaji hodnoty potřebné pro výpočet a správně určit, že celkový počet domácností představuje základ, tzn. že je dána procentová část (2,8 mil) a počet procent (85,8 %). Z nesprávných odpovědí měla největší četnost odpověď B (správně určená procentová část, nesprávně určený počet procent pro výpočet základu).

## Otázka 9.2 KABELOVÁ TELEVIZE

Karel přemýšlí nad údaji z tabulky o Francii a o Norsku.

Došel k závěru: „V Norsku je více domácností s předplacenou kabelovou televizí, protože počet procent všech domácností vybavených televizí je v obou zemích skoro stejný.“

Vysvětli, proč toto tvrzení není pravdivé. Svou odpověď zdůvodni.

### ZÁMĚR OTÁZKY 9.2

Popis: Pochopit úměrnost na základě dat uvedených v tabulce

Tematický okruh: Neurčitost a data

Kontext: Veřejný

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	29,57
Průměr zemí OECD (2012)	34,20

### HODNOCENÍ OTÁZKY 9.2

#### Úplná odpověď

Kód 11: Odpověď, která zmiňuje, že Karel musí vzít v úvahu skutečný počet domácností vybavených televizí v obou zemích. [Uznejte místo „domácností“ i jiný výraz, např. „obyvatelé“ nebo „obyvatelstvo“.]

- Nemá pravdu, protože ve Francii je přibližně o 22 milionů víc domácností, které jsou vybavené televizí.
- Protože Francie má asi 10x víc obyvatel než Norsko.
- Jelikož ve Francii je více obyvatel, je také počet osob, které mají televizi, vyšší, a tedy počet předplatitelů kabelové televize je také vyšší.

Kód 12: Odpověď založená na určení počtu domácností v obou zemích, které mají předplacenou kabelovou televizi.

- Protože Francie má  $(24,5 \times 0,154) =$  přibližně 3,7 milionu domácností s předplacenou kabelovou televizí, zatímco Norsko má přibližně  $(2,0 \times 0,427)$ , což odpovídá 0,8 milionu domácností. Francie má tedy více předplatitelů kabelové televize.

#### Nevyhovující odpověď

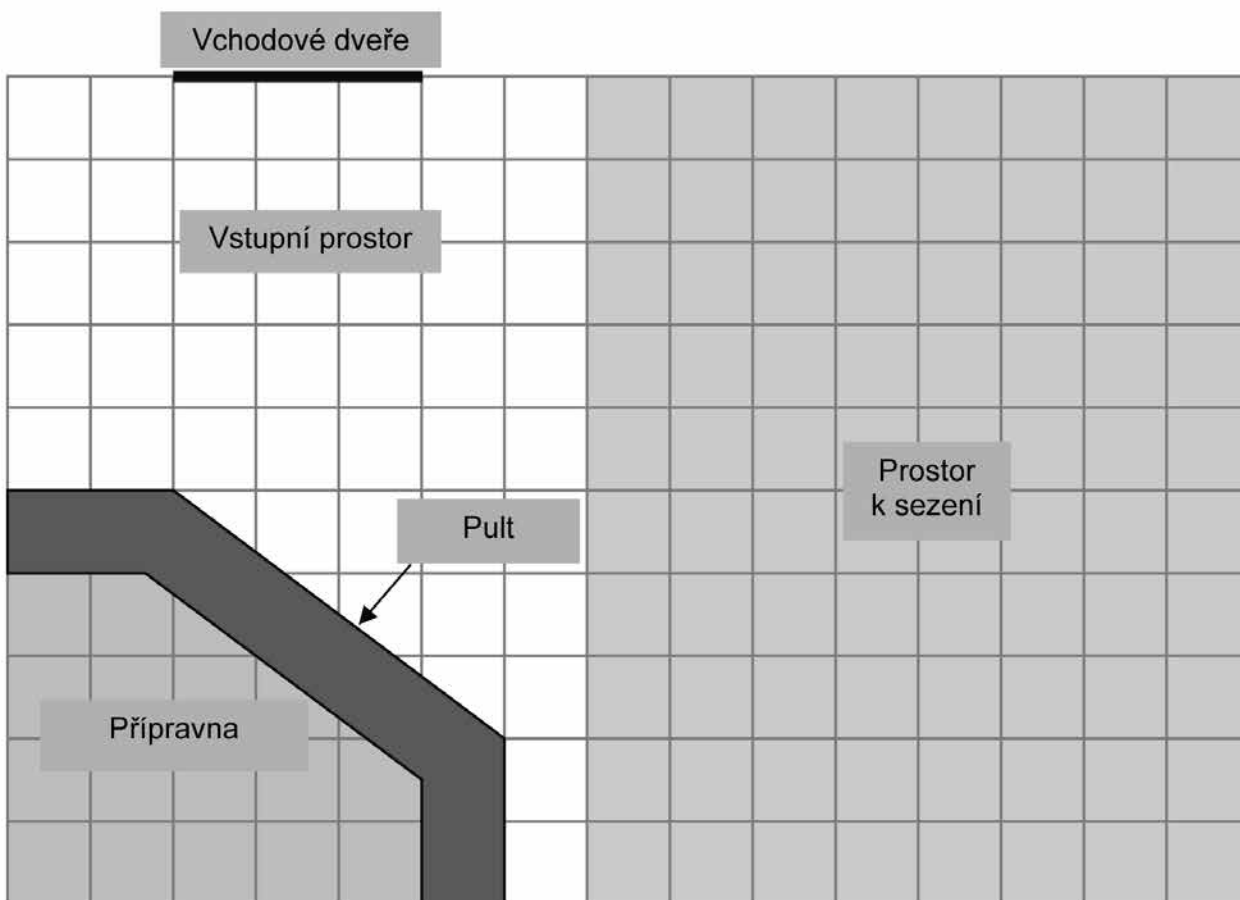
Kód 00: Jiné odpovědi

Kód 99: Nezodpovězeno

Kód odpovědi	Odpovědi českých žáků			
	00	11	12	99
Četnost (%) 2012	48,57	25,03	4,54	21,86

Cílem úlohy je identifikovat chybu v úvaze a vlastním postupem vyvrátit uvedený závěr. Žáci si musí uvědomit, že východiskem pro formulování závěru je absolutní, nikoliv procentuální počet domácností vybavených televizí. Ve správných odpovědích výrazně dominovaly odpovědi založené na porovnání úměrnosti v počtu domácností obou zemí vybavených televizí s počtem procent domácností s kabelovou televizí.

Na obrázku vidíš plánek Markétiny cukrárny. Rozhodla se, že v cukrárně provede malé úpravy. Přípravna je od ostatních prostor oddělena prodejním pultem.



Poznámka: Jeden čtvereček sítě má rozměry 0,5 metru × 0,5 metru.

### Otázka 10.1 CUKRÁRNA

Na vnější hranu pultu chce Markéta nalepit novou lištu. Kolik metrů lišty bude potřebovat? Napiš postup výpočtu.

#### ZÁMĚR OTÁZKY 10.1

Popis: Použít Pythagorovu větu k určení délky přepony pravoúhlého trojúhelníku a převést výsledek podle daného měřítka

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Pracovní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	20,17
Průměr zemí OECD (2012)	22,72



## HODNOCENÍ OTÁZKY 10.1

### Úplná odpověď

Kód 2: 4,5 [m nebo metrů – jednotky nemusí být uvedeny.]

### Částečná odpověď

Kód 1: Odpovědi, které obsahují částečně správný postup (např. použití Pythagorovy věty nebo použití měřítka), ale v nichž se objevují početní chyby nebo nesprávné použití měřítka.

- 9 [Žák nevzal v úvahu měřítko.]
- 2,5 m (nebo 5 jednotek) [Žák vypočítal délku přepony podle Pythagorovy věty, což je 5 jednotek (2,5 metrů), ale nepřičetl k ní délku lišty na dvou kratších stranách.]

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Kód odpovědi	0	1	2	9
Četnost (%) 2012	47,35	8,26	16,04	28,35

Úloha z oblasti výpočetní geometrie testuje schopnost číst údaje z plánu s měřítkem a aplikovat Pythagorovu větu v reálné situaci. Úloha měla velmi malé procento úspěšnosti řešení.

## Otázka 10.2 CUKRÁRNA

V cukrárně nechá Markéta také udělat novou podlahu. Jaký je obsah podlahy v cukrárně, když nezapočteš přípravnu a pult? Napiš postup výpočtu.

## ZÁMĚR OTÁZKY 10.2

Popis: Vypočítat obsah mnohoúhelníku

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Pracovní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	17,25
Průměr zemí OECD (2012)	17,42

## HODNOCENÍ OTÁZKY 10.2

### Úplná odpověď

Kód 2: 31,5 [Jednotky nemusí být uvedeny.]

### Částečná odpověď

Kód 1: 126 [Žák vypočítal obsah správně, ale nevzal v úvahu měřítko, proto výsledek neodpovídá reálné situaci.]

- $7,5 \cdot 5 (= 37,5) - 3 \cdot 2,5 (= 7,5) - 1/2 \cdot 2 \cdot 1,5 (= 1,5) = 28,5 \text{ m}^2$ . [Při rozdělení celkové podlahy na části žák obsah trojúhelníkové části odečetl namísto toho, aby jej přičetl.]

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Kód odpovědi	0	1	2	9
Četnost (%) 2012	46,13	12,83	10,84	30,20

Cílem úlohy je matematizace reálné situace. Její matematickou podstatou je výpočet obsahu sedmiúhelníku, který lze rozdělit na nepřekrývající se jednoduché obrazce (obdélík, trojúhelník, příp. čtverec). Při řešení úlohy musí žáci prokázat i schopnost přečíst údaje potřebné k výpočtu z plánu s měřítkem. Dosažená úspěšnost řešení vypovídá o tom, že úloha je pro žáky velmi obtížná.

### Otázka 10.3 CUKRÁRNA

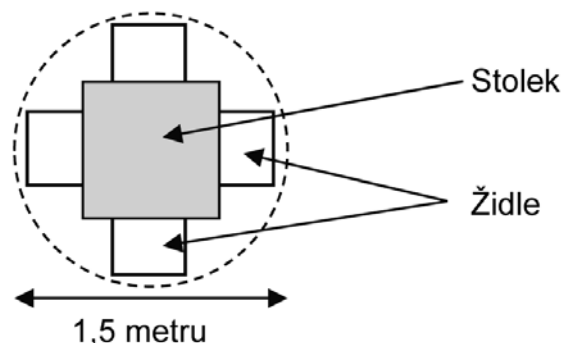
Markéta chce cukrárnu vybavit stolkami se čtyřmi židlemi tak, jak vidíš na obrázku. Kružnice ohraničuje část podlahy, kterou každý stůl se židlemi zabere.

Zákazníci musí mít dostatek místa k sezení (pro jeden stůl vyznačeno kruhem), a proto rozmístění všech stolků se židlemi musí splňovat tyto podmínky:

- Všechny stolků se židlemi musí stát nejméně 0,5 metru od stěny.
- Vzdálenost mezi jednotlivými stolkami se židlemi musí být nejméně 0,5 metru.

Kolik nejvíce stolků se židlemi může Markéta ve své cukrárně umístit do prostoru vyhrazeného k sezení?

Počet stolků se židlemi: .....



#### ZÁMĚR OTÁZKY 10.3

Popis: Vzít v úvahu měřítko i dané podmínky a určit počet kruhů, které se vejdu do obdélníku

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Pracovní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	28,99
Průměr zemí OECD (2012)	31,71

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 10.3

**Úplná odpověď**

Kód 1: 4

**Nevyhovující odpověď**

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

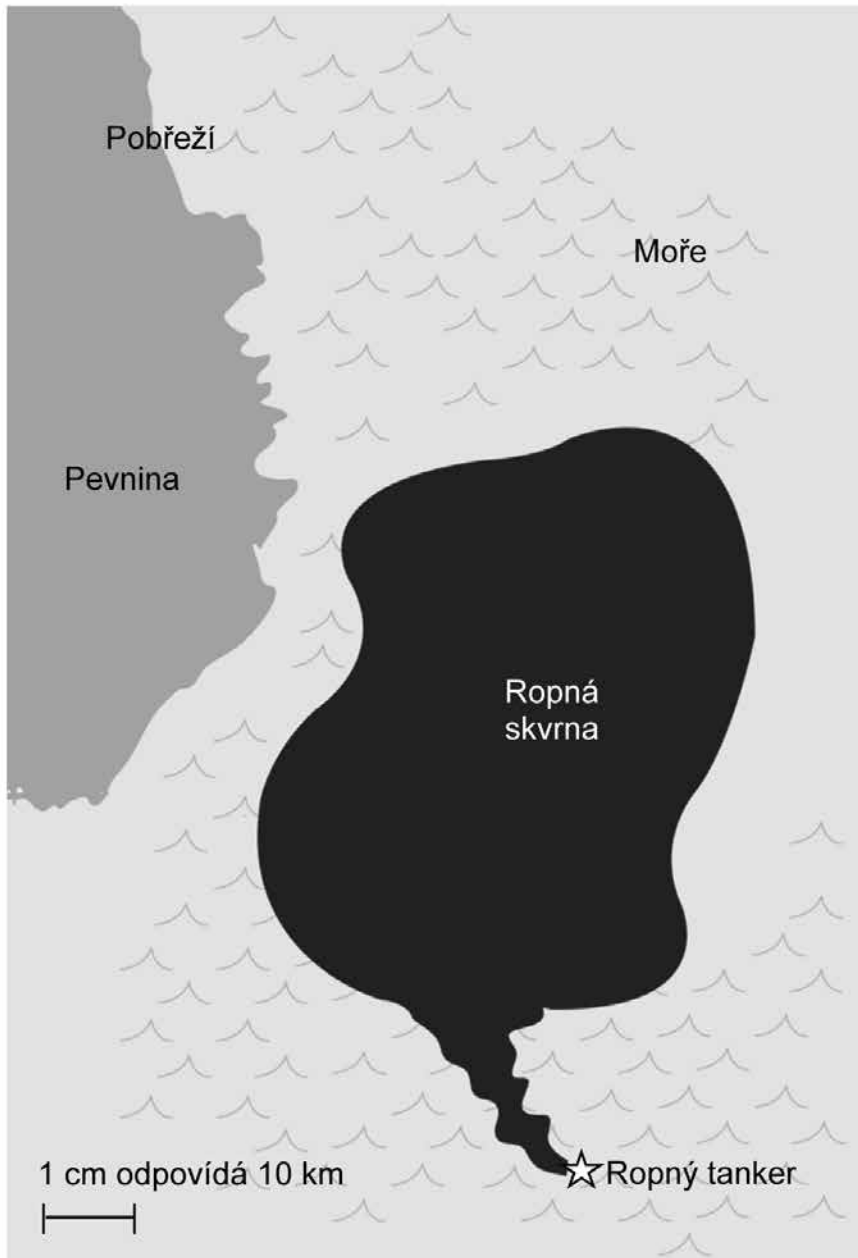
Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	50,28	28,99	20,73

Úlohu lze poměrně jednoduše vyřešit graficky s využitím plánu v zadání úlohy – nakreslit kruhy do obdélníku označeného jako „Prostor k sezení“ při splnění podmínek minimální vzdálenosti od stěn, resp. od sousedních stolků. Úlohu správně vyřešila necelá třetina testovaných žáků.

## ÚLOHA 11

## ROPNÁ SKVRNA

Ropný tanker narazil na podmořský útes, který prorazil díru do cisteren s ropou. Tanker byl v té chvíli vzdálen přibližně 65 km od pobřeží. Za několik dnů se na moři vytvořila ropná skvrna, kterou vidíš na mapě.



### Otázka 11.1 ROPNÁ SKVRNA

Využij měřítko mapy a odhadni obsah ropné skvrny v kilometrech čtverečných (km<sup>2</sup>).

Odpověď: .....km<sup>2</sup>

## ZÁMĚR OTÁZKY 11.1

Popis: Odhad plochy nepravidelného útvaru na mapě s využitím daného měřítka

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Vědecký

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	11,70
Průměr zemí OECD (2012)	12,68

## HODNOCENÍ OTÁZKY 11.1

### Úplná odpověď

Kód 1: Odpověď z intervalu <2 200; 3 300>

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

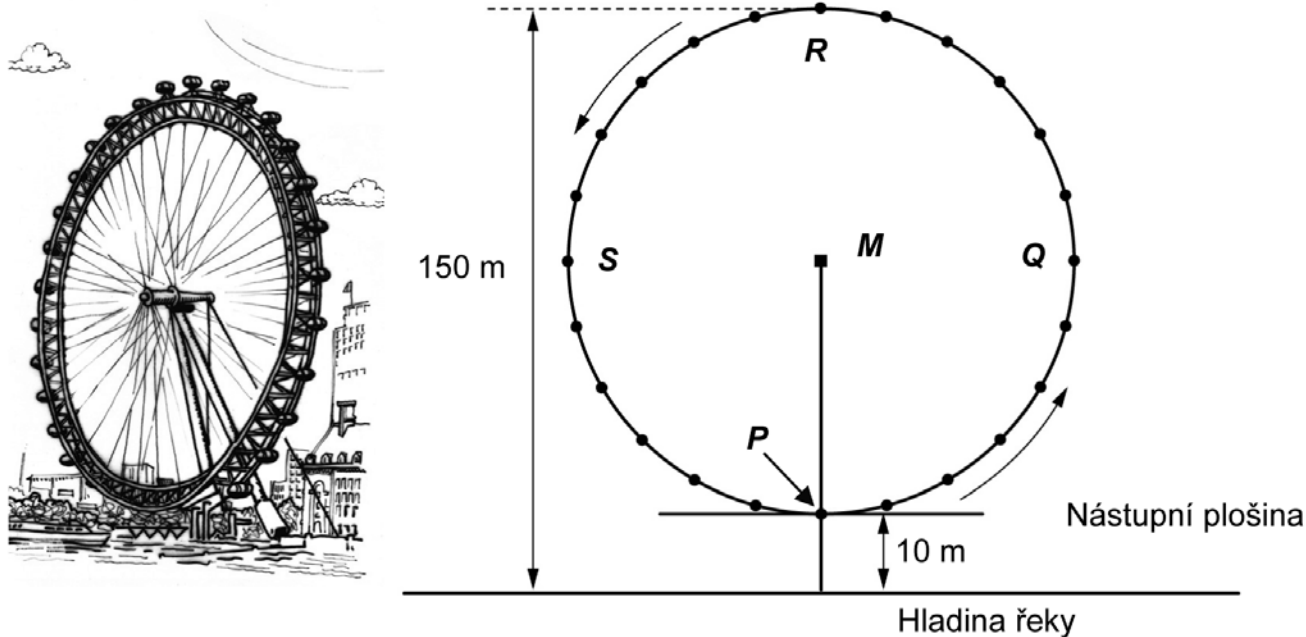
Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	66,72	11,70	21,58

Cílem úlohy je odhadnout obsah nepravidelného útvaru na mapě s daným měřítkem. Zadání úlohy nenaznačuje, jakou strategii (metodu) mají žáci k odhadu použít. V zásadě lze k řešení přistoupit dvojím způsobem: nepravidelnému útvaru opsat a vepsat obdélník (obsah nepravidelného útvaru je menší než obsah opsaného a větší než obsah vepsaného obdélníku), nebo obsah odhadnout pomocí dokreslené centimetrové čtvercové sítě (1 čtvereček = 100 km<sup>2</sup>). Úloha měla velmi malé procento úspěšnosti řešení.

## ÚLOHA 12

## RUSKÉ KOLO

Obrovské ruské kolo stojí na břehu řeky. Zde je jeho fotografie a náčrtek.



Vyhlídkové kolo má vnější průměr 140 m a jeho nejvyšší bod se nachází 150 metrů nad hladinou řeky. Otáčí se ve směru šipek.

### Otázka 12.1 RUSKÉ KOLO

Střed kola je v náčrtku označen písmenem  $M$ .  
Kolik metrů nad hladinou řeky se nachází bod  $M$ ?

Odpověď: ..... m

### ZÁMĚR OTÁZKY 12.1

Popis: Vypočítat vzdálenost na základě informací z dvourozměrného nákresu

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Veřejný

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	38,00
Průměr zemí OECD (2012)	39,26

### HODNOCENÍ OTÁZKY 12.1

**Úplná odpověď**

Kód 1: 80

**Nevyhovující odpověď**

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	50,68	38,00	11,32

Při řešení úlohy žáci prokazují, že v náčrtku umí identifikovat neznámou veličinu a údaje potřebné pro její výpočet. Při řešení využívají vztah mezi poloměrem a průměrem kružnice. Úspěšnost řešení úlohy nepřekročila 40 %.

## Otázka 12.2 RUSKÉ KOLO

Vyhlídkové kolo se otáčí stále stejnou rychlostí. Kolo se jednou otočí přesně za 40 minut.

Honzova jízda na vyhlídkovém kole začíná na nástupní plošině v bodě *P*.

Kde bude Honza za půl hodiny?

- A V bodě *R*
- B Mezi body *R* a *S*
- C V bodě *S*
- D Mezi body *S* a *P*

### ZÁMĚR OTÁZKY 12.2

Popis: Odhadnout polohu na základě rotace objektu a informace o uběhlém čase

Tematický okruh: Prostor a čas

Kontext: Veřejný

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	51,37
Průměr zemí OECD (2012)	53,91

### HODNOCENÍ OTÁZKY 12.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: C V bodě *S*

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	9,30	13,23	51,37	18,15

Matematickou podstatou úlohy je přímá úměrnost mezi dráhou a časem pohybu a práce se zlomky. Vykoná-li kolo jednu otáčku za 40 min, pak za půl hodiny (30 min) vykoná  $30/40 = 3/4$  otáčky, bude tedy v bodě *S*. Správné řešení lze nalézt i jinými úvahami, např. za 10 min vykoná  $1/4$  otáčky, za 30 min tedy vykoná  $3/4$  otáčky.

## ÚLOHA 13

## STAVBA Z HRACÍCH KOSTEK

Na obrázku vidíš stavbu ze sedmi stejných hracích kostek, které mají stěny označené tečkami v počtu od 1 do 6.



Když se na stavbu podíváš shora, vidíš pouze 5 kostek.

### Otázka 13.1 STAVBA Z HRACÍCH KOSTEK

Kolik teček celkem uvidíš, když se na stavbu podíváš shora?

Počet teček: .....

#### ZÁMĚR OTÁZKY 13.1

Popis: Interpretovat určitou perspektivu na základě fotografie trojrozměrného útvaru

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Osobní

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	71,63
Průměr zemí OECD (2012)	76,71

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 13.1

##### Úplná odpověď

Kód 2: 17

##### Částečná odpověď

Kód 1: 16

##### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

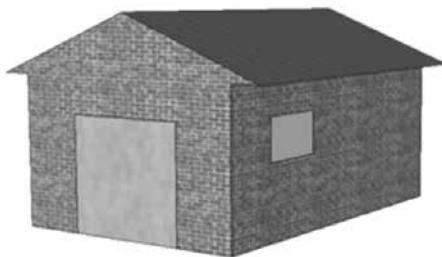
Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Kód odpovědi	0	1	2	9
Četnost (%) 2012	20,56	9,28	66,99	3,17

Úloha testuje geometrickou představivost žáků a jejich schopnost změny směru pohledu na trojrozměrný útvar. Měla vysoké procento úspěšnosti řešení, čeští žáci mírně zaostali za průměrem žáků zemí OECD.



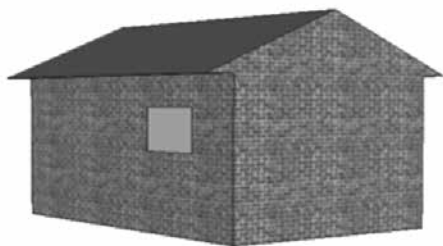
Součástí „základní“ nabídky jednoho výrobce garáží jsou modely, které mají pouze jedno okno a jedny vrata. Jiří si ze „základní“ nabídky vybral tento model. Umístění okna a vrat vidíš na obrázku.



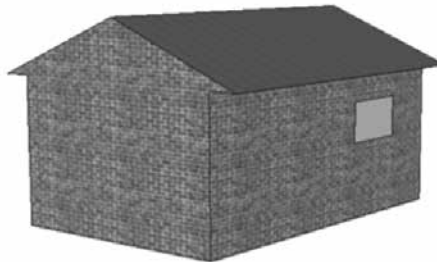
**Otázka 14.1 GARÁŽ**

Na obrázcích jsou znázorněny různé „základní“ modely z pohledu zezadu. Pouze jeden obrázek odpovídá modelu nahoře, který si vybral Jiří. Který model si Jiří vybral? Zakroužkuj A, B, C nebo D.

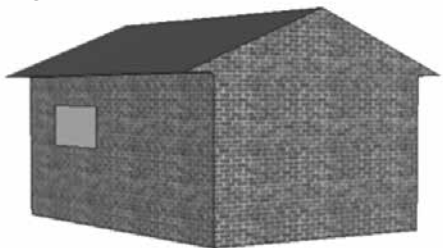
A



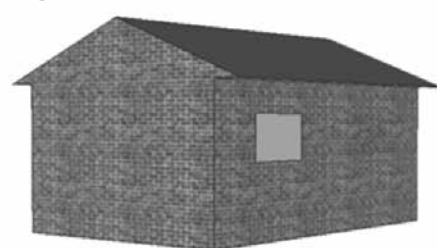
B



C



D



**ZÁMĚR OTÁZKY 14.1**

Popis: Využit prostorovou představivost a správně k sobě přiřadit dva různé průměty téhož objektu

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Pracovní

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	75,01
Průměr zemí OECD (2012)	80,14

## HODNOCENÍ OTÁZKY 14.1

### Úplná odpověď

Kód 1: Obrázek C

### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

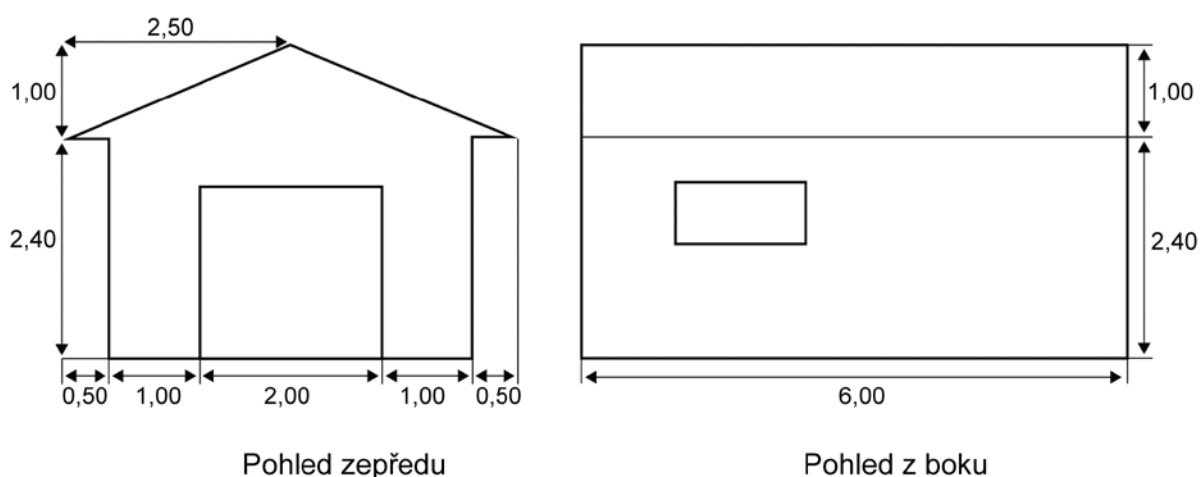
Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	2,01	7,01	75,01	11,08

Úloha testuje prostorovou představivost. Žáci mají identifikovat obraz při pohledu na trojrozměrný objekt z jiného směru. Úloha měla vysokou úspěšnost řešení, čeští žáci mírně zaostali za průměrem zemí OECD.

## Otázka 14.2 GARÁŽ

Na těchto dvou nákresech jsou v metrech uvedeny rozměry garáže, kterou si Jiří vybral.



Střecha garáže je vyrobena ze dvou shodných obdélníkových dílů.  
Vypočítej **celkový** obsah střechy. Napiš postup výpočtu.

## ZÁMĚR OTÁZKY 14.2

Popis: Použít Pythagorovu větu k interpretaci náčrtku a vypočítat obsah obdélníku

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Pracovní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	12,96
Průměr zemí OECD (2012)	13,99

## HODNOCENÍ OTÁZKY 14.2

### Úplná odpověď

Kód 21: Hodnota z intervalu  $\langle 31; 33 \rangle$  se správným postupem nebo i bez něj [Jednotky ( $m^2$ ) nejsou vyžadovány.]

- $12 \times 2,6 = 31,2$
- $12\sqrt{7,25} \text{ m}^2$
- $12 \times 2,69 = 32,28 \text{ m}^2$
- $12 \times 2,7 = 32,4 \text{ m}^2$

### Částečná odpověď

Kód 11: Při výpočtu byla správně použita Pythagorova věta, ale došlo k chybě při výpočtu, nebo byl použit jiný rozměr, nebo nebyl obsah střechy vynásoben dvěma.

- $2,5^2 + 1^2 = 6$ ;  $12 \times \sqrt{6} = 29,39$  [Správné použití Pythagorovy věty s chybou ve výpočtu.]
- $2^2 + 1^2 = 5$ ;  $2 \times 6 \times \sqrt{5} = 26,8 \text{ m}^2$  [Použití nesprávné délky.]
- $6 \times 2,6 = 15,6$  [Nevynásobení obsahu střechy dvěma.]

Kód 12: Ve výpočtu není uvedena Pythagorova věta, ale byly použity přijatelné hodnoty šířky střechy (hodnoty z intervalu  $\langle 2,5; 3 \rangle$ ) a zbylé výpočty jsou provedeny správně.

- $2,5 \times 12 = 30$
- $2,55 \times 6 \times 2 = 30,6$
- $3 \times 6 \times 2 = 36$

### Nevyhovující odpověď

Kód 00: Jiné odpovědi

- $2,4 \times 12 = 28,8$  [Odhad šířky střechy leží mimo přijatelný interval  $\langle 2,5; 3 \rangle$ ]
- $3,5 \times 6 \times 2 = 42$  [Odhad šířky střechy leží mimo přijatelný interval  $\langle 2,5; 3 \rangle$ ]

Kód 99: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků					
Kód odpovědi	00	11	12	21	99
Četnost (%) 2012	59,75	3,90	0,54	10,74	25,07

Úloha z početní geometrie na výpočet obsahu obdélníku. Při jejím řešení musí žáci prokázat prostorovou představivost, schopnost číst údaje z okótovaného nárysu, resp. bokorysu tělesa, a dovednost použít Pythagorovu větu k výpočtu neokótovaného rozměru obdélníku. Úloha byla pro žáky svou komplexností velmi obtížná, správně ji vyřešilo pouze 13 % testovaných žáků.

V hlavním městě Zedlandu uvažují o stavbě několika větrných elektráren na výrobu elektrické energie.

Městská radnice získala informace o následujícím typu elektrárny.

Typ:	E-82
Výška stožáru:	138 metrů
Počet lopatek vrtule:	3
Délka jedné lopatky vrtule:	40 metrů
Maximální rychlost otáčení:	20 otáček za minutu
Stavební náklady:	3 200 000 zedů
Zisk z 1 kWh vyrobené energie:	0,10 zedu
Náklady na údržbu 1 kWh vyrobené energie:	0,01 zedu
Využití:	V provozu 97 % roku

Poznámka: kilowatthodina (kWh) je jednotka elektrické energie.



## Otázka 15.1 VĚTRNÁ ENERGIE

Rozhodni, zda můžeš tvrzení o větrné elektrárně E-82 odvodit z uvedených informací. V každém řádku zakroužkuj „Ano“ nebo „Ne“.

Tvrzení	Lze tvrzení odvodit z uvedených informací?
Stavba tří větrných elektráren bude stát celkem více než 8 000 000 zedů.	Ano / Ne
Náklady na údržbu větrné elektrárny odpovídají přibližně 5 % zisku z vyrobené energie.	Ano / Ne
Náklady na údržbu větrné elektrárny závisí na počtu vyrobených kWh.	Ano / Ne
Přesně 97 dní v roce není větrná elektrárna v provozu.	Ano / Ne

### ZÁMĚR OTÁZKY 15.1

Popis: Analyzovat různé informace z technických údajů

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Vědecký

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	44,02
Průměr zemí OECD (2012)	47,85

### HODNOCENÍ OTÁZKY 15.1

#### Úplná odpověď

Kód 1: Všechny čtyři odpovědi správně: Ano, Ne, Ano, Ne v tomto pořadí

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	51,71	44,02	4,27

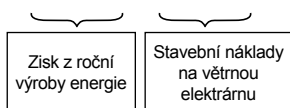
Úloha testuje schopnost konfrontovat uvedená tvrzení s údaji v technické dokumentaci. Měla poměrně vysokou úspěšnost řešení – více než 40 % žáků vyhodnotilo správně všechna čtyři tvrzení, další více než čtvrtina žáků vyhodnotila správně právě tři tvrzení.

## Otázka 15.2 VĚTRNÁ ENERGIE

V hlavním městě Zedlandu chtějí odhadnout, jaký zisk a náklady jim tato elektrárna přinese.

Starosta města navrhuje použít k odhadu vzorec

$$F = 400\,000r - 3\,200\,000$$



kde  $F$  označuje finanční zisk v zedech za  $r$  roků provozu elektrárny typu E-82.

Použij starostův vzorec. Nejméně kolik let musí být elektrárna v provozu, aby se pokryly náklady na její výstavbu?

- A 6 let
- B 8 let
- C 10 let
- D 12 let

### ZÁMĚR OTÁZKY 15.2

Popis: Porozumět a vyřešit danou rovnici v kontextu úlohy

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Vědecký

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	62,39
Průměr zemí OECD (2012)	64,26

### HODNOCENÍ OTÁZKY 15.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: B 8 let

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

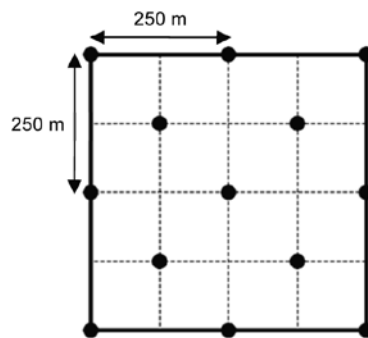
Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	8,80	62,39	13,44	5,79

Předpokladem pro vyřešení úlohy je správná matematizace reálné situace. Mají-li příjmy z výroby energie pokrýt náklady na výstavbu elektrárny, musí platit  $400\,000r = 3\,200\,000$ , resp.  $F = 0$ , tj.  $0 = 400\,000r - 3\,200\,000$ . Matematickou podstatou úlohy je tedy vyřešení jednoduché lineární rovnice. Z nesprávných odpovědí měla největší četnost odpověď C 10 let, která vypovídá o tom, že žáci nesprávně matematizovali reálnou situaci a místo rovnice  $0 = 400\,000r - 3\,200\,000$  řešili nerovnici  $0 < 400\,000r - 3\,200\,000$ .

## Otázka 15.3 VĚTRNÁ ENERGIE

Nakonec se radnice rozhodla postavit na čtvercovém pozemku (strana čtverce měří 500 m) několik větrných elektráren E-82. Podle stavebních norem musí být minimální vzdálenost mezi dvěma stožáry tohoto typu elektrárny rovna pětinasobku délky jedné lopatky vrtule. Starosta města navrhl, jak elektrárny na pozemku rozmístit. Jeho návrh vidíš na plánu vpravo. Vysvětli, proč starostův návrh neodpovídá stavebním normám. Svou odpověď zdůvodni výpočtem.



● = stožár větrné elektrárny  
Poznámka: Plánek neodpovídá měřítku.

### ZÁMĚR OTÁZKY 15.3

Popis: Užití Pythagorovy věty v reálném kontextu

Tematický okruh: Prostor a tvar

Kontext: Vědecký

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	11,13
Průměr zemí OECD (2012)	10,63

### HODNOCENÍ OTÁZKY 15.3

#### Úplná odpověď

Kód 1: Odpověď, která správně a srozumitelně ukazuje matematickým způsobem, že nutná minimální vzdálenost mezi dvěma stožáry, která je rovna pětinasobku délky lopatky vrtule (200 m), není dodržena mezi všemi větrnými elektrárnami. Náčrtek ani samostatná věta s odpovědí není povinná.

- Větrné elektrárny se takto postavit nemůžou, protože někdy jsou od sebe vzdáleny jenom  $\sqrt{125^2+125^2} \approx 177 \text{ m}$

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	51,49	11,13	37,38

Cílem úlohy je pomocí matematického aparátu zdůvodnit správnost uvedeného závěru. Vzdálenost mezi stožáry musí být alespoň 200 m (pětinasobek délky lopatky). Podle údajů na plánu je minimální vzdálenost mezi stožáry ve vodorovném a svislém směru splněna (vzdálenost 250 m), není však splněna v „úhlopříčném“ směru, což se dokáže pomocí Pythagorovy věty. Úlohu vyřešil správně přibližně každý desátý žák, více než třetina žáků se o řešení vůbec nepokusila.

## Otázka 15.4 VĚTRNÁ ENERGIE

Jaká je nejvyšší rychlost, kterou se pohybují konce lopatek vrtule větrné elektrárny? Napiš postup výpočtu a výsledek uveď v **kilometrech za hodinu** (km/h). Využij informace o typu E-82 ze zadání úlohy.

Nejvyšší rychlost: .....km/h

### ZÁMĚR OTÁZKY 15.4

Popis: Použit vícezkrokové modelování k vyřešení úlohy z kinetiky

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Vědecký

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	7,23
Průměr zemí OECD (2012)	7,43

### HODNOCENÍ OTÁZKY 15.4

#### Úplná odpověď

Kód 2: Správný výsledek je odvozen pomocí správného, úplného a srozumitelného postupu. Výsledek musí být uveden v km/h. Náčrtek ani samostatná věta jako odpověď není povinná.

- Maximální rychlost otáčení je 20 otáček za minutu; vzdálenost uražená za jednu otáčku je  $2 \cdot \pi \cdot 40 \text{ m} \approx 250 \text{ m}$ , tj.  $20 \cdot 250 \text{ m/min} \approx 5000 \text{ m/min} \approx 83 \text{ m/s} \approx 300 \text{ km/h}$ .

#### Částečná odpověď

Kód 1: Správný výsledek je odvozen ze správného, úplného a srozumitelného postupu. Výsledek ale není uveden v km/h. Náčrtek ani samostatná věta s odpovědí není povinná.

- Maximální rychlost otáčení je 20 otáček za minutu; vzdálenost uražená za jednu otáčku je  $2 \cdot \pi \cdot 40 \text{ m} \approx 250 \text{ m}$ , tj.  $20 \cdot 250 \text{ m/min} \approx 5000 \text{ m/min} \approx 83 \text{ m/s}$ .

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Kód odpovědi	Odpovědi českých žáků			
	0	1	2	9
Četnost (%) 2012	44,58	2,62	5,92	46,88

Komplexní úloha na výpočet obvodové rychlosti, která předpokládá využití znalostí žáků z oblasti fyziky (rychlost pohybu je délka dráhy pohybu za jednotku času). Úloha měla velmi malé procento úspěšnosti řešení – bodového skóre (1 nebo 2 body) získalo méně než 10 % testovaných žáků. To pravděpodobně souvisí s tím, že na základní škole se žáci ve fyzice nesetkávají s otáčivým pohybem, ale pouze s rovnoměrným přímočarým pohybem.



Helena dostala nové kolo. Na řídítkách má připevněn tachometr. Tachometr ukazuje vzdálenost, kterou Helena ujela, a její průměrnou rychlost za celou trasu.

### Otázka 16.1 CYKLISTKA HELENA

Při jedné projížďce Helena ujela během prvních 10 minut 4 km a za dalších 5 minut 2 km. Které tvrzení je pravdivé?

- A Helenina průměrná rychlost byla během prvních 10 minut vyšší než průměrná rychlost během dalších 5 minut.
- B Helenina průměrná rychlost byla během prvních 10 minut stejná jako průměrná rychlost během dalších 5 minut.
- C Helenina průměrná rychlost byla během prvních 10 minut nižší než průměrná rychlost během dalších 5 minut.
- D Z uvedené informace není možné cokoli říci o Helenině průměrné rychlosti.

#### ZÁMĚR OTÁZKY 16.1

Popis: Porovnat průměrné rychlosti pro dané vzdálenosti a časy

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Osobní

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	71,77
Průměr zemí OECD (2012)	74,29

#### HODNOCENÍ OTÁZKY 16.1

##### Úplná odpověď

Kód 1: B Helenina průměrná rychlost byla během prvních 10 minut stejná jako průměrná rychlost během dalších 5 minut.

##### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno



Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	15,03	71,77	6,57	4,61

V úloze mají žáci identifikovat správné tvrzení o průměrných rychlostech ve dvou úsecích jízdy. K identifikaci správné odpovědi není nezbytné vypočítat průměrné rychlosti, stačí na základě přímé úměrnosti mezi vzdáleností a časem určit, že v prvním úseku cesty také ujela průměrně 2 km za 5 min, takže její průměrná rychlost byla v obou úsecích cesty stejná. Úloha měla vysoké procento úspěšnosti řešení.

## Otázka 16.2 CYKLISTKA HELENA

Helena ujela až k domu své tety 6 km. Tachometr ukázal, že celou trasu projela průměrnou rychlostí 18 km/h. Které tvrzení je pravdivé?

- A Heleně trvalo 20 minut, než došla k domu své tety.
- B Heleně trvalo 30 minut, než došla k domu své tety.
- A Heleně trvalo 3 hodiny, než došla k domu své tety.
- B Není možné říci, jak dlouho Heleně trvalo, než došla k domu své tety.

### ZÁMĚR OTÁZKY 16.2

Popis: Vypočítat dobu jízdy pro danou průměrnou rychlost a vzdálenost

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Osobní

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	48,92
Průměr zemí OECD (2012)	50,27

### HODNOCENÍ OTÁZKY 16.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: A Heleně trvalo 20 minut, než došla k domu své tety.

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	48,92	22,67	12,26	13,24

Pohybová slovní úloha, kterou lze řešit algebraicky (dosazením příslušných hodnot do vzorce  $t = s/v$ ), nebo úvahou s využitím přímé úměrnosti: např. při průměrné rychlosti 18 km/h ujede 18 km za 1 hodinu, 6 km (tj. 1/3 vzdálenosti) za 1/3 hodiny, tj. 20 minut.

## Otázka 16.3 CYKLISTKA HELENA

Helena si vyjela na kole z domova až k řece, která je vzdálená 4 km. Cesta jí trvala 9 minut. Domů se vrátila zkratkou dlouhou 3 km. Potřebovala na to jen 6 minut.

Jaká byla Helenina průměrná rychlost (v km/h) na cestě k řece a nazpátek?

Průměrná rychlost při vyjíždě: ..... km/h

### ZÁMĚR OTÁZKY 16.3

Popis: Vypočítat průměrnou rychlost dvou jízd na základě ujetých vzdáleností a doby jízdy

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Osobní

Postup: Používání matematických pojmů, faktů, postupů a uvažování

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	14,55
Průměr zemí OECD (2012)	14,39

### HODNOCENÍ OTÁZKY 16.3

#### Úplná odpověď

Kód 1: 28

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	69,61	14,55	15,84

Pohybová slovní úloha na výpočet průměrné rychlosti, jsou-li dány délka a čas dvou úseků cesty. Úlohu vyřešilo správně pouze necelých 15 % testovaných žáků. Je pravděpodobné, že část žáků nesprávně pochopila otázku a počítala na jednotlivých úsecích cesty průměrné rychlosti.

Dva novinové deníky v Zedlandu hledají prodejce. V inzerátech uvádějí, kolik svým prodejcům platí.

**ZEDLANDSKÝ KURÝR**

**POTŘEBUJETE SI  
PŘIVYDĚLAT?**

**PRODÁVEJTE NAŠE NOVINY**

Zaplatíme vám:  
Za prvních 240 prodaných novin  
za týden 0,20 zedu za výtisk  
plus 0,40 zedu za každý další  
prodaný výtisk.

**ZEDLANDSKÝ DENÍK**

**DOBŘE PLACENÁ ČASOVĚ  
NENÁROČNÁ PRÁCE!**

Prodávajte *Zedlandský deník*  
a vydělejte si 60 zedů za  
týden plus 0,05 zedu navíc za  
každý prodaný výtisk.

## Otázka 17.1 PRODEJ NOVIN

František prodá v průměru 350 výtisků *Zedlandského kurýra* týdně.  
Kolik si každý týden průměrně vydělá?

Částka v zedech: .....

### ZÁMĚR OTÁZKY 17.1

Popis: Identifikovat příslušné údaje pro jednoduchý matematický model k výpočtu peněžní částky

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Pracovní

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	53,27
Průměr zemí OECD (2012)	58,15

### HODNOCENÍ OTÁZKY 17.1

#### Úplná odpověď

Kód 1: 92 nebo 92,00

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	41,54	53,27	5,19

Cílem úlohy je na základě slovního popisu způsobu odměňování provést odpovídající výpočet pomocí matematického aparátu.

## Otázka 17.2 PRODEJ NOVIN

Kristýna prodává *Zedlandský deník*. Za jeden týden si vydělala 74 zedy.  
Kolik výtisků novin tento týden prodala?

Počet prodaných výtisků novin: .....

### ZÁMĚR OTÁZKY 17.2

Popis: Identifikovat příslušné údaje, převést je na jednoduchý matematický model a vypočítat počet výtisků

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Pracovní

Postup: Formulování situací matematicky

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	42,69
Průměr zemí OECD (2012)	46,08

### HODNOCENÍ OTÁZKY 17.2

#### Úplná odpověď

Kód 1: 280

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

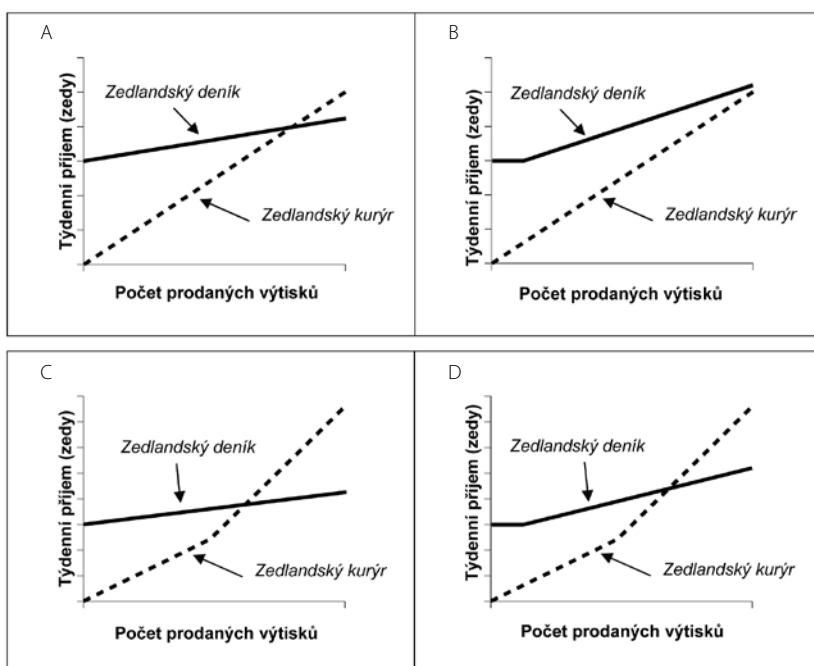
Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků			
Kód odpovědi	0	1	9
Četnost (%) 2012	45,33	42,69	11,98

Úlohu lze řešit algebraicky nebo numericky. Předpokladem pro algebraické řešení je sestavení vzorce pro výpočet výtisků  $V$  za  $x$  prodaných výtisků ( $V = 60 + 0,05x$ ) a správné dosazení. Při numerickém řešení žáci nejprve vypočítají, kolik zedů si Kristýna vydělala za prodané výtisky, a pak pomocí přímé úměrnosti vypočítají počet prodaných výtisků. Úspěšnost řešení úlohy zůstala pod 50 %, čeští žáci mírně zaostali za průměrem žáků zemí OECD.

## Otázka 17.3 PRODEJ NOVIN

Jan se rozhodl ucházet o místo prodejce novin. Musí se rozhodnout mezi *Zedlandským kurýrem* a *Zedlandským deníkem*. Který diagram správně znázorňuje, jak tyto dva deníky platí svým prodejcům? Zakroužkuj A, B, C nebo D.



### ZÁMĚR OTÁZKY 17.3

Popis: Identifikovat správný matematický model, ve kterém jsou dvě lineární funkce znázorněny graficky

Tematický okruh: Změna a vztahy

Kontext: Pracovní

Postup: Interpretování, aplikace a hodnocení matematických výsledků

Úspěšnost (%)	Celkem
Česká republika (2012)	29,10
Průměr zemí OECD (2012)	30,72

### HODNOCENÍ OTÁZKY 17.3

#### Úplná odpověď

Kód 1: Diagram C

#### Nevyhovující odpověď

Kód 0: Jiné odpovědi

Kód 9: Nezodpovězeno

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%) 2012	15,05	18,71	29,10	29,05

Žáci mají identifikovat obrázek s grafy dvou lineárních funkcí, které odpovídají slovnímu popisu dvou lineárních závislostí. Z četnosti zvolených odpovědí vyplývá, že větší problémy činilo žákům identifikovat graf vyjadřující způsob odměňování při prodeji *Zedlandského deníku*.

# **MATEMATICKÁ GRAMOTNOST ÚLOHY Z ŠETŘENÍ PISA 2012**

**ZPRACOVALI: VLADISLAV TOMÁŠEK, RNDr. MILOSLAV FRÝZEK**

První vydání

Vydala: Česká školní inspekce, Fráni Šrámka 37, Praha 5 v roce 2013 v nákladu 1000 výtisků

Jazyková redakce: PaedDr. Marie Javorková

Grafická úprava: Michal Hrnčíř

Tisk: Comunica, a.s., Pod Kotlářkou 3, Praha 5

[www.csicr.cz](http://www.csicr.cz)

ISBN 978-80-905632-1-6



