



Zveřejněná úloha *ODPADKY* (viz „Ukázkové úlohy z matematiky“) od žáků vyžaduje schopnost *interpretovat, aplikovat a hodnotit* matematické výsledky. Položka se zaměřuje na hodnocení smysluplnosti matematického výsledku – v tomto případě pomyslného nebo načrtnutého sloupcového grafu –, který zachycuje data podle času rozkladu a typu odpadu. Položka vyžaduje uvažování o předložených datech a způsobu jejich prezentace i zhodnocení výsledku. Řešitel musí vysvětlit, proč se v tomto případě sloupcový diagram nehodí pro prezentaci dat.

Základní matematické dovednosti na pozadí matematických postupů

Desetiletá zkušenost s tvorbou testových položek projektu PISA a s analýzou způsobů, jakými na tyto položky reagují žáci, ukazuje, že každý z výše uvedených matematických postupů i matematická gramotnost jako taková vychází ze souboru základních matematických dovedností. Mogens Niss a jeho dánští kolegové (Niss, 2003; Niss a Jensen, 2002; Niss a Højgaard, 2011) stanovili osm základních dovedností – podle Nisse i koncepčního rámce OECD z roku 2003 (OECD, 2003) „kompetencí“ – potřebných pro matematické jednání. V koncepčním rámci PISA 2012 je definice souboru těchto základních dovedností upravena. Na základě výzkumu kompetencí používaných dříve v administrovaných testových položkách projektu PISA, který byl proveden Matematickou expertní skupinou, byl počet uváděných dovedností snížen na sedm (Turner a kol., v tisku). O potřebě definovat soubor základních matematických dovedností, jenž by doplnil znalosti specifických matematických obsahů, se ví již dlouho. Příkladem tohoto trendu je osm matematických postupů definovaných v základních standardech v USA (Common Core State Standards in the United States, 2010), čtyři základní matematické procesy (reprezentace, analýza, interpretace a hodnocení, komunikace a reflexe) definované v anglickém národním kurikulu pro matematiku (England's Mathematics National Curriculum, Qualifications and Curriculum Authority, 2007) a standardy uváděné Národní radou učitelů matematiky – National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), „Principles and Standards for School Mathematics“ (NCTM, 2000). Tyto kognitivní schopnosti musí jedinec získat či se je naučit, pokud chce porozumět světu matematicky, pokud chce matematicky uchopit každodenní situace a řešit problémy (Turner a Adams, 2012). Z toho plyne, že tyto základní dovednosti jsou v těžších testových položkách aktivovány ve větší míře a na vyšší úrovni, tudíž se mohly stát referenčním rámcem popisu různých úrovní osvojení matematické gramotnosti, o kterých hovořila již předchozí šetření PISA. Podrobněji o tom bude pojednáno níže (viz tabulka 1.1).

Podstatu tohoto koncepčního rámce tvoří následující popis sedmi základních matematických dovedností:

- **Komunikace:** Součástí matematické gramotnosti je *komunikace*. Jedinec nejprve zaregistruje určitý problém a to ho stimuluje k tomu, aby se snažil problémovou situaci pochopit. Čtení, porozumění výroků, otázkám, úkolům či objektům a jejich interpretace nám umožňuje, abychom si vytvořili mentální model situace. Je to důležitý krok, chceme-li porozumět problému, vyjasnit si ho a formulovat ho. Průběh řešení může vyžadovat, abychom uměli shrnout a prezentovat průběžné výsledky. Po vyřešení problému pak bývá nutné toto řešení prezentovat ostatním, vysvětlit ho nebo odůvodnit.
- **Matematizace:** Matematická gramotnost může zahrnovat převedení problému z reálného světa do jeho čistě matematické podoby (což představuje např. strukturování, konceptualizaci, vyslovování hypotéz nebo vytvoření matematického modelu), dále interpretaci či vyhodnocení matematického výsledku nebo matematického modelu v kontextu původního problému. Pojem „matematizace“ odkazuje na ty základní matematické úkony, které jsou k tomu potřeba.
- **Reprezentace:** Matematická gramotnost dále zahrnuje *reprezentování* matematických objektů a situací. Patří sem výběr vhodné reprezentace, interpretace, překládání z jedné formy reprezentace do jiné a současné využití několika forem reprezentace. Cílem těchto činností je zachytit situaci, reagovat na problém nebo prezentovat vlastní práci. Reprezentace může mít formu grafů, tabulek, schémat, obrázků a náčrtů, rovnic, vzorců či konkrétních materiálů.
- **Uvažování a argumentace:** Dovednost, která je potřeba při mnoha různých matematických činnostech a na různých úrovních matematické gramotnosti, se nazývá *uvažování a argumentace*. Tato dovednost zahrnuje logické myšlenkové procesy, s jejichž pomocí zkoumáme a dáváme do souvislostí různé prvky úlohy či problému, abychom mohli vyvozovat logické důsledky, ověřili předložená vysvětlení nebo sami odůvodnili výroky a řešení problémů.
- **Navržení strategií řešení problému:** Matematická gramotnost často vyžaduje *navržení strategií vhodných pro řešení situace* matematicky. K tomu je třeba ovládat soubor kritických kontrolních mechanismů, díky nimž identifikujeme, formulujeme a řešíme problémy a úlohy. Tuto dovednost můžeme charakterizovat jako vybírání nebo navržení plánu či strategie, jež nám umožní řešit matematicky problém, který vyvstává z určitého úkolu či situace. Jde také