přichází na řadu při ověřování smysluplnosti řešení nebo při porovnání nabízených odpovědí s výsledkem vlastních početních operací.

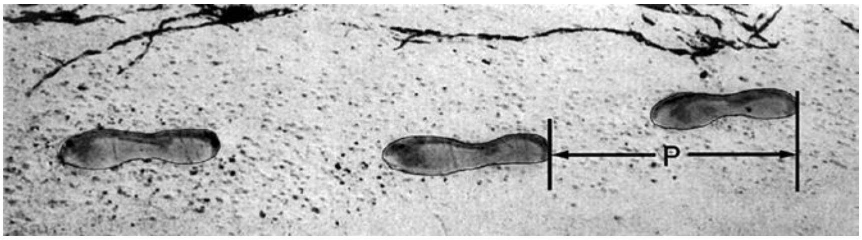
Jiným modelem je představit si, že fanoušci stojí v rovných řadách napříč pozemkem. Pak lze počet fanoušků odhadnout tak, že vynásobíme odhadovaný počet řad odhadem počtu fanoušků v každé řadě. Řešitelé, kteří jsou zdatní ve formulování matematických modelů, jistě ocení efektivitu tohoto modelu, ač je v ostrém kontrastu k tomu, jak se ve skutečnosti fanoušci chovají na rockovém koncertu. V každém případě nezávisí správná odpověď na tom, který z mnoha smysluplných modelů si žák vybere.

V této položce je z matematických dovedností třeba relativně nízká *komunikační* obtížnost, protože žáci musejí přečíst text, porozumět mu, správně interpretovat a pochopit slova jako *obdélníkový* a *rozloha*, frázi koncert *byl vyprodán* a pokyn *odhadněte*. Při tom jim pomohou znalosti z běžného života. Úloha je velmi obtížná z hlediska *matematizace*, neboť ji lze vyřešit jen s pomocí určitých předpokladů o prostoru, který asi zabere stojící osoba. Je také třeba vytvořit základní model jako (počet fanoušků) x (průměrný prostor na fanouška) = (plocha pozemku). Aby toto žáci mohli provést, musejí si v hlavě nebo s pomocí nákresu situaci reprezentovat. *Navržení strategie* vstupuje do procesu řešení této úlohy hned několikrát. Například je třeba rozhodnout, jak úlohu uchopit, představit si, jaký model bude vhodný pro zachycení prostoru, který zabírá jeden fanoušek, uvědomit si, že bude třeba nějaká forma kontroly a ověření výsledku. Podle jedné strategie řešení žák určí plochu na osobu, vynásobí ji počtem lidí z nabízených možností a výsledky porovná s podmínkami ze zadání. Strategie jiného žáka může být opačná. Začne s danou plochou pozemku a postupně ji dělí různými počty osob, jež jsou v nabízených odpovědích. Získá několik možných údajů o prostoru na osobu a rozhodne, která z hodnot nejlépe odpovídá kritériím v zadání. *Použití symbolického, formálního a technického jazyka i operací* přichází na řadu při implementaci vybrané strategie. Je třeba interpretovat i použít data ze zadání a provést nezbytné početní operace, díky nimž žáci dají do souvislosti plochu pozemku s prostorem na osobu. *Uvažování a argumentace* vstupují do hry ve chvíli, kdy žák musí jasně uvažovat o vztazích mezi vytvořeným modelem, výsledkem a reálným kontextem, aby validoval použitý model a ověřil, že vybral správnou odpověď. Je nepravděpodobné, že by žáci potřebovali *používat matematické nástroje*.

CHŮZE

Úloha *CHŮZE* (obrázek 1.10) je postavena na algebraickém vztahu mezi dvěma proměnnými a zdánlivě jde proti intuitivnímu uvažování. Zakládá se na pozorování velkého počtu mužů, kteří se procházejí přirozeným tempem. Žáci odpovídají na dvě otázky, u nichž musejí aktivovat algebraické znalosti a dovednosti. Druhá otázka navíc klade z hlediska patnáctiletých žáků značné nároky na strategické myšlení, uvažování a argumentaci. Úloha byla součástí testu hlavního šetření PISA 2003, poté uvolněna a použita jako ukázková úloha koncepčního rámce PISA 2009 i v dalších publikacích. Žáci musejí v obou otázkách pracovat s danými informacemi a formulovat odpověď. Obě otázky spadají do stejných okruhů: obsahového okruhu *změna a vztahy*, protože se otázky týkají vztahů mezi proměnnými vyjádřenými v algebraické podobě; okruhu *osobního* kontextu, protože jde o záležitosti dotýkající se přímo jedince; a kategorie postupů *používání matematických faktů, pojmů, postupů a uvažování*, protože úlohy jsou zadány ve formě, která už má matematickou strukturu. Žáci mají uvnitř matematiky pracovat a manipulovat s pojmy a objekty.

Obrázek 1.10
Úloha *CHŮZE*



Na obrázku jsou stopy kráčejícího muže. Délka kroku *P* je vzdálenost mezi konci dvou po sobě následujících stop.

Vzorec $\frac{n}{p}$ = 140 udává **přibližně** vztah mezi *n* a *P* pro muže, kde

n je počet kroků za minutu a

P je délka kroku v metrech.