Obrázek 1.6
Úloha *PIZZY*

PIZZY

Pizzerie nabízí dvě kulaté pizzy stejné tloušťky v různých velikostech. Malá má průměr 30 cm a stojí 30 zedů. Velká má průměr 40 cm a stojí 40 zedů.

Která pizza je cenově výhodnější? Uveď svoje zdůvodnění.

Žáci musejí matematicky interpretovat pojmy z běžného života (*kulatá, stejná tloušťka, různé velikosti).* Proměnná „velikost“ je definována matematicky prostřednictvím průměrů obou pizz, cena je uvedena v neutrální měně *zedy,* velikost a cena jsou navzájem propojeny pojmem *výhodnost koupě*.

Položka souvisí s několika oblastmi matematiky, v níž jsou geometrické prvky, které bychom obvykle zařazovali do obsahového okruhu *prostor a tvar.* Pizzy lze modelovat jako tenké válce, takže žáci musejí vypočítat obsah kruhu. Otázka ale také souvisí s obsahovým okruhem *kvantita,* protože úloha implicitně vyžaduje, aby žáci porovnali množství pizzy a množství peněz, nicméně zásadní pro vyřešení úlohy je konceptualizace vztahu mezi vlastnostmi pizzy a pochopení, jaké podstatné vlastnosti odlišují malou a velkou pizzu. Právě tyto vlastnosti tvořící jádro úlohy zařazují celou položku do obsahového okruhu *změna a vztahy*.

Položka spadá do kategorie postupů *formulování situace matematicky.* Zásadní krok pro vyřešení úlohy je formulace matematického modelu *výhodnosti koupě.* Řešitel si musí uvědomit, že vzhledem k tomu, že pizzy mají v ideálním případě stejnou tloušťku, může pracovat s obsahem kruhu (pizzy), nikoli s jejím objemem. Pak lze vztah mezi množstvím pizzy a množstvím peněz modelovat jako „cenu za jednotku obsahu“, nebo případně jako obsah na cenovou jednotku. V matematickém světě potom veličinu *výhodnost koupě* můžeme vypočítat přímo a porovnat ji u obou pizz. U větší pizzy tato veličina nabývá menší hodnoty. Přeneseno do reálného světa, větší pizza představuje výhodnější koupi, neboť za stejnou cenu dostane kupující více.

Jiný možný postup, který ještě jasněji ukazuje, že položka spadá do obsahového okruhu *změna a vztahy,* je uvědomit si (ať už explicitně nebo implicitně), že obsah kruhu roste úměrně k druhé mocnině průměru, takže roste v poměru $(4/3)^2$, zatímco cena roste pouze v poměru (4/3). Protože $(4/3)^2$ je větší než (4/3), představuje větší pizza výhodnější koupi.

Protože zásadní pro vyřešení úlohy je formulování, byla položka zařazena do kategorie postupů *formulování situací matematicky.* V položce jsou ale také aspekty dalších dvou kategorií. Po zformulování matematického modelu situace ho žáci musejí správně použít, což vyžaduje vhodné logické uvažování a správné použití matematických znalostí výpočtu obsahu a poměru. Výsledky je pak třeba interpretovat v souvislosti s původní otázkou.

Postup řešení úlohy *PIZZY* vyžaduje od žáků různou míru aktivace základních matematických dovedností. *Komunikace* je na poměrně nízké úrovni, neboť žáci čtou a interpretují v zásadě jednoznačně zadanou úlohu. Vyšší je ale *komunikační* obtížnost odpovědi, protože žáci musejí komunikovat a vysvětlit svá řešení. Zásadním požadavkem je *matematizace* situace, v níž žáci musejí zformulovat model *výhodnosti koupě.* Řešitel, když hledá řešení, musí vymyslet reprezentaci podstatných aspektů úlohy včetně symbolického vyjádření vzorce pro výpočet obsahu a vyjádření poměru výhodnosti koupě. Obtížnost *uvažování* (například rozhodnutí, že lze ignorovat tloušťku pizzy, či odůvodnění použitého postupu a získaného výsledku) je velká. Náročné je také *navržení strategie,* jež pomáhá kontrolovat výpočet i modelování. Nesnadnost *použití symbolického, formálního a technického jazyka i operací* souvisí s konceptuálními, faktickými a procedurálními znalostmi, které jsou nezbytné pro práci s geometrií kruhu a pro výpočet poměru. Pokud žáci umějí správně pracovat s kalkulačkou, *použití matematických nástrojů* představuje nízkou úroveň obtížnosti.

Obrázek 1.7 předkládá žákovské řešení úlohy *PIZZY.* Za odpověď tohoto typu by žák dostal plný počet bodů.