

V otázce 1 žáci musejí vypočítat průměrný počet návštěvníků denně. Text je velmi jednoduchý a jednoznačný, takže *komunikační* obtížnost položky je nízká. *Strategie* je středně obtížná, protože z daných dat je třeba stanovit počet dní a s pomocí tohoto údaje vypočítat průměr. Jde o řešení vyžadující několik kroků, což už klade nároky na *navržení strategií řešení*. Obtížnost *matematizace* je velmi nízká, neboť matematická data jsou přímo v zadání (počet osob za den). Nízká je i obtížnost *reprezentace*, neboť se v zadání nachází pouze numerická data a text. Požadované *technické* znalosti zastupují výpočet průměru, vyvození počtu dnů, dělení (s použitím kalkulačky či ručně, určuje si každá země), správné zaokrouhlování výsledků. Obtížnost *uvažování a argumentace* je nízká. Jedná se o středně obtížnou položku, a tak úspěšnost žáků při výběru odpovědi C činila v testu PISA 2012 přibližně 46 %. Nejčastěji byla nesprávně vybraná možnost E (k této možnosti žáci došli, pokud chybně pracovali s 27 dny namísto 31+27 dny), kterou zvolilo 19 % respondentů, a možnost A (chyba v řádu), kterou zvolilo 12 % respondentů.

Otázka 2 je výrazně obtížnější a v testu PISA 2012 na ni správně odpovědělo pouhých 12 % žáků. Jedním z faktorů obtížnosti bylo, že se jednalo o otázku, v níž je třeba *odpověď vytvořit*, nikoli vybrat z nabízených možností. To znamená, že otázka žákům nedává žádný návod, žádnou nápovědu ve formě možných odpovědí. To ale není jediný důvod, proč jde o obtížnou testovou položku. Přibližně 61 % žáků v testu PISA 2012 odpovědělo chybně, ale odpovědělo.

Komunikační obtížnost je nízká a po receptivní stránce připomíná otázku 1. Komunikace vyžadovaná při formulování odpovědi je pouhé použití čísla. Obtížnost *strategie* je ale výrazně vyšší, neboť žáci musejí vytvořit třípoložkový plán postupu. S pomocí průměrné rychlosti musejí spočítat dobu, kterou trvá výstup a sestup, pak s pomocí hodiny, kdy je třeba být v cíli, a doby, kterou cesta trvá, spočítají, v kolik hodin musejí turisté vyrazit. Úroveň *matematizace* je poměrně vysoká. Žáci si musejí uvědomit, že čas na jídla už je započítán a že túra povede nejdříve do kopce a poté z kopce. Obtížnost *znázornění* je minimální, žáci musejí pouze interpretovat text. Naopak obtížnost *použití symbolického, formálního a technického jazyka a operací* je poměrně vysoká. Početní operace jsou sice poměrně jednoduché (i když dělení desetinným číslem 1,5 km za hodinu může působit problémy), ale úloha vyžaduje přesnost a znalost vzorce pro výpočet času s pomocí dráhy a rychlosti, ať už explicitně nebo implicitně. Nároky na *uvažování a argumentaci* jsou také poměrně vysoké.

Obtížná je i otázka 3. Cílem je vypočítat průměrnou délku kroku s pomocí vzdálenosti a počtu kroků. Řešení vyžaduje převod jednotek. Plné bodové hodnocení v této položce v rámci testu PISA 2012 dosáhlo pouhých 11 % žáků, když správně odpověděli, že 40 cm. Částečné bodové hodnocení získaly 4 % žáků za odpovědi jako 0,4 (odpověď v metrech) nebo 4000, což je výsledek způsobený špatným převodem z metrů na centimetry. V rámci šetření PISA 2012 napsalo 62 % žáků chybnou odpověď. *Komunikační* obtížnost zůstává nízká jako u předchozích otázek, protože text je jasný a lze ho snadno interpretovat. Odpověď má formu jednoho čísla. *Strategie*, která je potřeba v otázce 3, je podobná strategií z otázky 1 – v obou případech žáci hledají průměr. Ač je model pro určení „průměru“ v obou otázkách podobný, otázka 3 vyžaduje vyšší úroveň *uvažování a argumentace*. V otázce 1 žáci hledají počet „lidí za den“, přičemž počet lidí je daný a počet dnů lze snadno vypočítat. V otázce 3 žáci hledají „délku kroku“ s pomocí vzdálenosti a počtu kroků. To znamená, že otázka 3 vyžaduje více logického uvažování při propojení různých veličin (například propojení vzdálenosti s délkou). Obtížnost *matematizace* je v otázce 3 také vyšší, neboť je třeba chápat, jaký vztah má veličina „délka kroku“ z reálného světa k ostatním jednotkám. Využití kontextu z reálného světa, včetně toho, že délka kroku bude okolo 50 cm (pravděpodobněji než 500 cm nebo 0,5 cm), je nutné, pokud žáci chtějí monitorovat smysluplnost odpovědi. Obtížnost *použití symbolického, formálního a technického jazyka i operací* je také poměrně vysoká, protože jde o dělení malého čísla (9 km) velkým číslem (22 500 kroků) a protože je třeba využít znalost převodu jednotek.

PIZZY

Otevřená úloha s tvorbou odpovědi *PIZZY* (obrázek 1.6) je zdánlivě jednoduchou, ale obsahově bohatou položkou ilustrující celou řadu prvků matematického koncepčního rámce. Původně byla úloha použita v první pilotáži projektu PISA roku 1999, pak byla uvolněna a v každé verzi matematického koncepčního rámce PISA od roku 2003 se používá jako ukázková úloha. V pilotním šetření v roce 1999 patřila k nejtěžším položkám s úspěšností pouhých 11 %.

Úloha *PIZZY* spadá do okruhu *osobního* kontextu, jenž by měl být většině patnáctiletých žáků důvěrně známý. Patří sem proto, že žáci mají zjistit, která pizza představuje pro kupujícího výhodnější koupi. Porozumění textu zadání není obtížné, umožňuje čtenáři soustředit se téměř výhradně na matematické pozadí úlohy.