

pokud řešitel musí interpretovat a dedukovat. Nejsnazší formou jsou interpretace a dedukce přímo z daného modelu nebo přímý překlad situace do matematiky (např. strukturování a konceptualizace situace, identifikace a výběr klíčové proměnné, získání potřebných měr, nebo vyhotovení schémat a náčrtů). Nároky na matematizaci rostou, pokud řešitel musí daný model upravit tak, aby vyhovoval změněným podmínkám, nebo pokud je třeba interpretovat odvozené vztahy; vybrat známý model v rámci omezujících, dobře formulovaných podmínek; nebo vytvořit model, kde jsou požadované proměnné, vztahy a omezující podmínky explicitní a jasné. Z hlediska matematizace je ještě náročnější, když řešitel vytváří nebo interpretuje model v situaci, kdy je třeba vyslovit a definovat mnoho hypotéz, proměnných, vztahů a omezujících podmínek, nebo když je třeba ověřit, zda model vyhovuje podmínkám zadání, nebo je-li třeba vyhodnotit a porovnat modely.

Reprezentace: Na nejnižší úrovni je tato matematická dovednost potřeba, pokud chceme přímo uchopit danou, běžnou reprezentaci, například převést text na čísla, vyčíst hodnoty z grafu nebo tabulky. Kognitivně náročnější úlohy zahrnující reprezentace vyžadují výběr a interpretaci jedné standardní nebo známé reprezentace v kontextu situace. Na ještě vyšší úrovni je třeba překládat mezi dvěma nebo více různými reprezentacemi v kontextu situace, včetně modifikace reprezentace. Patří sem také vytváření přímočaré reprezentace situace. Na ještě vyšší úrovni je již třeba rozumět nestandardním reprezentacím a používat je, vytvořit reprezentace, které zachycují klíčové aspekty komplexní situace; či reprezentace, které vyžadují značnou míru dekódování a interpretace; nebo porovnat a zhodnotit různé reprezentace.

Uvažování a argumentace: V úlohách, ve kterých stačí tuto dovednost aktivovat na nízké úrovni, může mít uvažování podobu prosté práce podle zadání. Na poněkud vyšší úrovni obtížnosti je již třeba jistá míra reflexe, aby se díky spojení různých informací daly formulovat úsudky (např. spojit různé údaje ze zadání nebo v rámci určité dílčí úlohy použít přímého logického uvažování). Vyšší úroveň pak již vyžaduje analýzu informací, která umožní komplexní argumentaci či propojení několika proměnných; nebo logické usuzování vycházející ze souvisejících zdrojů informací. Ještě vyšší úroveň obtížnosti si žádá syntézu a kritické zhodnocení informací, nebo použití logických řetězců pro odůvodnění úsudků, eventuálně cílené a systematické zobecňování vycházející z kombinace více informací.

Navržení strategií řešení: V úlohách, kde je tato dovednost na relativně nízké úrovni, obvykle stačí postupovat přímo, neboť řešitelská strategie je zjevná nebo popsána v zadání. Na poněkud vyšší úrovni obtížnosti může být nutné rozhodnout, která strategie je vhodná a která bude umět využít podstatné informace ze zadání. Kognitivní nároky rostou, pokud je třeba odvodit a konstruovat strategii, díky níž jsou údaje při řešení transformovány. Ještě obtížnější úlohy vyžadují, aby žák navrhl propracovanou strategii, bez které není možné úlohu vyřešit; nebo aby porovnal a zhodnotil různé možné strategie.

Používání symbolického, formálního a technického jazyka a operací: Obtížnost aktivace této dovednosti se v jednotlivých testových položkách velmi liší. U nejjednodušších úloh není třeba aktivovat jiná matematická pravidla a symbolické výrazy než základní aritmetické operace s malými či snadno uchopitelnými čísly. Práce na vyšší úrovni obtížnosti může zahrnovat sekvenční aritmetické operace nebo přímé použití funkcí, ať už implicitně nebo explicitně (např. běžné lineární závislosti); používání formálních matematických znaků a symbolů (např. dosazování, početní operace s desetinnými čísly a zlomky); nebo vybavení si a použití formální matematické definice, konvence nebo pojmu. Další nárůst kognitivní obtížnosti s sebou nese potřebu explicitně používat a upravovat znaky a symboly (např. algebraické úpravy vzorce), nebo si vybavit a používat matematická pravidla, definice, konvence, postupy a vzorce za pomoci kombinace různých vztahů a symbolických pojmů. Pro ještě vyšší úroveň obtížnosti je charakteristická potřeba použít komplexní formální matematické postupy, flexibilní práce s funkcemi a algebraickými vztahy, nebo používání jak matematických metod, tak poznatků pro nalezení řešení.

Používání matematických nástrojů: Úlohy a úkoly, ve kterých je tato dovednost potřeba na relativně nízké úrovni, mohou vyžadovat přímé použití běžných nástrojů (např. měřidel) v situacích, v nichž jsou vhodné. Vyšší úroveň pak vyžaduje použití nástroje v několika po sobě jdoucích krocích nebo použití nástroje k tomu, abychom dali do souvislosti různé údaje. Vyšší úroveň obtížnosti je typická také pro úlohy, kdy je použitý nástroj méně obvyklý, nebo když je méně obvyklá situace, ve které se nástroj používá. Ještě náročnější jsou úlohy, v nichž je nástroj třeba použít pro zpracování více různých údajů a pro to, abychom je dali do souvislostí, nebo když nástroj používáme velmi neobvyklým způsobem či v neobvyklé situaci, když je nástroj sám o sobě velmi komplexní a je třeba reflexe, máme-li porozumět a kriticky zhodnotit výhody a nevýhody určitého nástroje.