

Z matematiky se s nástupem analytické geometrie a diferenciálního počtu v 17. století stalo ucelené studium čísel, tvarů, změn a vztahů; v 19. a 20. století je nástrojem řešení úloh analýza jevů jako náhodnost a neurčitost. Soubor *okruhů matematického obsahu* byl tedy pro šetření PISA 2012 zvolen tak, aby vycházel z širokého spektra matematických jevů, což odpovídá okruhům z předcházejících cyklů PISA.

Následující seznam okruhů matematického obsahu byl pro projekt PISA zvolen s ohledem na historický vývoj oboru a dále tak, aby pokrýval celou oblast matematiky a vycházel z jevů, které stimulovaly vývoj v matematice. Zároveň chce reflektovat hlavní témata školního kurikula. Vybrané čtyři okruhy charakterizují z hlediska matematiky klíčový obsah a ilustrují široké oblasti obsahu, z nichž v šetření PISA 2012 vycházejí autoři testových položek:

- *změna a vztahy*;
- *prostor a tvar*;
- *kvantita*;
- *neurčitost a data*³.

Prostřednictvím těchto čtyř okruhů lze oblast matematiky uspořádat tak, aby testové položky pokrývaly různé části oboru a postihovaly důležité matematické jevy. Zároveň okruhy zabraňují příliš jemnému členění matematického obsahu, což by bylo na překážku při tvorbě bohatých a podnětných matematických úloh z reálného světa. Rozdělení na okruhy je podstatné pro tvorbu testových položek a interpretaci výsledků testování, nesmíme však zapomínat, že některá témata mohou zasahovat do více okruhů. Například v úloze *PIZZY* žáci určují, která ze dvou pizz s různým průměrem a stejnou tloušťkou je výhodnější (viz „Ukázkové úlohy z matematiky“, kde je tato položka detailně popsána a analyzována). Tato položka vychází z několika matematických oblastí, jež zahrnují měření, kvantifikaci (poměr ceny a zboží, proporcionální uvažování a aritmetické výpočty), změny a závislosti (s ohledem na vztahy mezi proměnnými a na to, jak se podstatné vlastnosti mění s velikostí pizzy). Položka byla zařazena do okruhu *změna a vztahy*, protože pro její vyřešení je klíčová schopnost žáků dát do souvislosti obsahy obou pizz (pokud se změni průměr) a odpovídající změny v ceně. Je ale zjevné, že jiná testová úloha, ve které by se počítal obsah kruhu, by byla klasifikována jako *prostor a tvar*. Tato provázanost obsahových okruhů je důsledkem koherence matematiky jako vědy, proto se i v mnoha testových položkách vybraných pro šetření PISA 2012 setkáme s několika okruhy zároveň.

Široce koncipované obsahové okruhy a úžeji vymezené obsahové tematické celky vhodné pro patnáctileté žáky popsané níže mají reflektovat úroveň a šíři obsahu, který lze zařadit do šetření PISA 2012. Nejprve jsou popsány jednotlivé obsahové okruhy a jejich význam pro řešení kontextualizovaných úloh, poté následují konkrétnější definice druhů obsahu, které jsou vhodné pro testování matematické gramotnosti patnáctiletých žáků. V těchto tematických celcích se odráží to, co je očekáváno v různých zemích a vzdělávacích systémech. Standardy, jež byly při hledání těchto tematických celků analyzovány, dokládají nejen to, co se učí v hodinách matematiky, ale také ukazují, jaké znalosti a dovednosti jsou v různých zemích vnímány jako nezbytné pro to, aby z žáků vyrostli konstruktivní, aktivní a přemýšliví občané.

Výše uvedené čtyři kategorie – *změna a vztahy*, *prostor a tvar*, *kvantita*, *neurčitost a data* – charakterizuje následující popis znalostí matematického obsahu.

Změna a vztahy

V přirozeném i umělém světě existuje mezi objekty a podmínkami celá řada dočasných i trvalých vztahů, přičemž ke změnám dochází uvnitř systémů spolu souvisejících objektů, nebo v podmínkách, při nichž se navzájem ovlivňují různé objekty. V mnoha případech se změny projevují v průběhu času, jindy souvisí změna v jednom objektu nebo veličině se změnou v jiném objektu či veličině. V některých případech se jedná o nespojitou změnu, jindy jde o změnu spojitou. Některé vztahy jsou stabilní, neměnné. Vyšší úroveň gramotnosti v oblasti změny a vztahů obnáší schopnost rozpoznat základní druhy změn a pochopit, kdy k nim dochází, abychom při popisování a předpovídání změn uměli používat vhodné matematické modely. Matematiky to znamená nejen modelovat změnu a vztahy s pomocí odpovídajících funkcí a rovnic, ale také interpretovat a převádět data ze symbolických a grafických reprezentací těchto vztahů.

Změna a vztahy je kategorie, se kterou se setkáme v tak v odlišných kontextech jako jsou růst organismů, hudba, roční období, počasí, zaměstnanost, ekonomická situace. Změnu zaznamenáváme, modelujeme a interpretujeme