

o kontrolu postupu řešení. Tato dovednost může být nutná v každé fázi řešení úlohy.

- **Používání symbolického, formálního a technického jazyka a operací:** Matematická gramotnost vyžaduje *používání symbolického, formálního a technického jazyka a operací*. To obnáší porozumění, interpretaci, úpravy a využití symbolických vyjádření, která se řídí matematickými konvencemi a pravidly, v matematickém kontextu (včetně aritmetických výrazů a operací). Patří sem také pochopení a používání formálních konstruktů, jež vycházejí z definic, pravidel a formálních systémů, a používání operací s těmito prvky. Používané symboly, pravidla a systémy závisí na tom, jaký konkrétní matematický obsah potřebujeme k formulování, vyřešení a interpretaci matematiky.
- **Používání matematických nástrojů:** Poslední matematickou dovedností, kterou matematická gramotnost v praxi vyžaduje, je *používání matematických nástrojů*. K matematickým nástrojům řadíme jako fyzické nástroje nejen měřidla, ale také kalkulačky či stále více dostupné počítačové nástroje. Tato dovednost se skládá jak ze znalostí a dovedností v oblasti používání celé řady nástrojů, s jejichž pomocí můžeme vykonávat matematické aktivity, ale též ze znalostí hranic jejich využití. Matematické nástroje mohou hrát významnou roli při sdělování výsledků. V předchozích letech bylo v projektu PISA možné nástroje používat jen ve velmi omezené míře. Nepovinná část matematického testování PISA na počítači otevírá nové možnosti využití matematických nástrojů žáky, neboť umožní sledovat, jak žáci s těmito nástroji pracují v průběhu testování.

Tyto dovednosti se ve výše uvedených třech kategoriích matematických procesů objevují v různé míře. Jakým způsobem se projevují v jednotlivých kategoriích dovednosti, ukazuje obrázek 1.2. Detailnější informace o těchto dovednostech, konkrétně v souvislosti s obtížností testové položky, jsou uvedeny ve shrnutí v rámečku 1.1 „Základní matematické dovednosti a jejich souvislost s obtížností testové položky“. Dále každá z úloh v části „Ukázkové úlohy z matematiky“ ilustruje, jak konkrétně jsou v rámci řešení úlohy jednotlivé dovednosti aktivovány.

## Znalosti matematického obsahu

Porozumění matematickému obsahu – a schopnost tyto znalosti aplikovat při řešení kontextualizovaných problémů a úloh – je v dnešním světě nesmírně důležité. Musíme umět řešit problémy, interpretovat situace v osobních, profesních, společenských i vědeckých kontextech a k tomu potřebujeme určité penzum matematických znalostí a porozumění problematice.

V historii vznikaly matematické struktury postupně právě jako prostředek porozumění přírodním a společenským jevům a jejich interpretace. Ve školách je obvykle matematický obsah uspořádán do tematických celků (např. čísla, algebra, geometrie) a látka je vybírána z historicky zavedených oborů matematiky. Tento systém samozřejmě usnadňuje tvorbu strukturovaného kurikula, když ale žáci opustí budovu školy, situace a problémy, jímž čelí, obvykle nedoprovází soubor pravidel a předpisů, které by jim ukazovaly cestu ke správnému řešení. Situace mimo školu obvykle vyžadují kreativitu, originální myšlenku, jež poradí, jak situaci uchopit a formulovat matematicky. Často se stává, že jednu situaci lze pojmout různými způsoby podle toho, jaké volíme matematické pojmy, postupy, fakta a nástroje.

Vzhledem k tomu, že cílem projektu PISA je hodnocení matematické gramotnosti, bylo třeba uspořádat matematický obsah podle matematických jevů, které jsou v pozadí širokých tříd problémů a byly impulzem pro rozvoj určitých matematických pojmů a postupů. Například matematický jev *neurčitost a změna* se projevuje v mnoha běžných situacích a pro jeho analýzu byly vyvinuty matematické strategie a nástroje. Tento přístup k uspořádání obsahu není novinkou, využívají ho například autoři známých publikací: *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy* (Steen, 1990) a *Mathematics: The Science of Patterns* (Devlin, 1994).

Národní kurikula jsou obvykle uspořádána tak, že žákům v jednu chvíli poskytují znalosti a dovednosti související s jedním matematickým jevem. Pokud obsah uspořádáme v testech tímto způsobem, kopíruje struktura testu národní kurikula. Abychom pomohli autorům testových položek, nabízí tento rámeček seznam kurikulárních témat, která jsou vhodná po testování matematické gramotnosti u patnáctiletých žáků. Tento seznam vznikl jako výsledek analýzy národních standardů v jedenácti různých zemích<sup>2</sup>.

Chceme-li uspořádat oblast matematiky s cílem testovat matematickou gramotnost, musíme najít takovou strukturu, která reflektuje historický vývoj matematiky, je dostatečně variabilní i hluboká, aby na ní bylo možné ukázat základy matematiky, a obsahuje nebo přijatelně reprezentuje konvenční matematické prvky.