3.1.5 Doporučujeme řešení úloh pomocí manipulace včetně modelování těles (u úlohy 2). V úlohách se propojuje geometrie a kombinatorika.

3. Náročnější úloha. Pentamino C je částí kterékoli ze sítí 6B, 6C, 6E a 6F. Ale pentamino K může být částí pouze sítě 6F. (Obrázky sítí viz výsledky na straně 3.1.6.)

5. Především nutno rozhodnout, zda dva útvary, z nichž jeden je zrcadlovým obrazem druhého, budeme považovat za stejné, nebo různé. Přesně řečeno, zda za stejné považujeme pouze přímo shodné útvary, nebo i útvary nepřímo shodné. Vzhledem k tomu, že žák pracuje s papírovým modelem, a zde na sebe lze přiložit jak přímo, tak i nepřímo shodné útvary, budeme i nepřímo shodné útvary považovat za shodné. Upozorňujeme, že v prostoru to tak snadné není. Zde budou žáci pravou i levou botu považovat za různé objekty. Náročné je dokázat, že žádné další tetramino neexistuje. Lze to udělat postupným přidáváním monomina. Především je jasné, že bimino je jediné. K němu lze dvěma různými způsoby přidat monomino. Tedy trimina jsou dvě. Nyní ke každému přidáme ještě jedno monomino všemi možnými způsoby. Tím získáme pět tetramin uvedených ve výsledcích.

3.1.6 V úloze o sítích krychle M43 (M02-09) v šetření TIMSS 2007 (která je mimochodem problematicky formulovaná) naši žáci uspěli dobře. Proto zde uvádíme i náročnější úlohy.

1. Úlohu řešíme strategií „jdi okolo“. Žáci si označí všechna místa, kam lze čtverec přiložit, a každý případ vyšetří. Jiná strategie, „odzadu“, vezme všech 11 sítí a pro každou bude zjišťovat, zda dané pentamino je její částí. Obdobné strategie lze využít v úloze 2, přičemž strategie „odzadu“ je účinnější.

4. Náročné je uvědomit si, že daná síť (tj. síť 6C) se též dá vytvořit přelepením jednoho čtverce jinam.

5. V sítích krychle se rozlišují dva typy hran krychle. Jeden typ vznikne pouze ohnutím čtverců sítě – ty jsou označeny tlustě. Jestliže budeme nahlížet na síť krychle jako na „střih“ na oblek pro krychli, budou tyto hrany v této metaforické terminologii pojmenovány jako „švy“. Druhý typ hran vznikne tím, že spojíme dvě strany dvou čtverců – v našem metaforickém jazyce to budou „zipy“.

3.1.7

1. Úlohu je možné rozšířit tím, že do některé sítě doplníme číselné údaje (např. rozměry obdélníkové stěny jsou 3 × 5) a budeme požadovat výpočet povrchu i objemu tělesa. V analogické úloze TIMSS M57 (M05-04) uspělo méně než 30 % našich žáků.

2. Žáci, kteří řešení této úlohy nevidí ihned, potřebují více manipulativních zkušeností s tělesy. Doporučujeme dát jim úkol vytvořit modely těchto těles. Naopak žáci, kteří jsou zde velice dobří, mohou počítat povrchy i objemy těchto těles, když dodáme jejich rozměry:

A – podstavná hrana má délku 10 cm, boční hrana 13 cm, povrch tělesa je 340 cm^2 a objem je $\frac{100 \cdot \sqrt{119}}{3} \approx 363{,}6$ cm^3;

B – všechny hrany mají délku 3 cm; povrch tělesa je $3 \cdot \sqrt{3}$ cm^2 a objem je $2{,}25 \cdot \sqrt{2} \approx 3{,}18$ cm^3;

C – náročnou úlohou je určit objem i povrch, když podstavná hrana je a.

3. Pro šikovné žáky jsou tyto úlohy lehké. Je možné jim dát úkol zjistit povrch i objem těles, a to buď s konkrétními čísly, nebo obecně. Pro trojboký hranol D doporučujeme volit všechny hrany například 30 mm. Pro osmiboký hranol E doporučujeme podmínku: je vložen do krychle o hraně 26 mm.

3.1.8 Označíme v počet vrcholů, h počet hran a s počet stěn krychlového tělesa.

1. V úloze jde o to, aby žáci poznali, že mají-li dva z údajů v, h, s stejné, mají i třetí údaj stejný. Tedy mají získat podezření, že mezi těmito údaji existuje nějaká vazba.

3.2.1 Mřížovým bodem nazýváme průsečík svislé a vodorovné linky čtverečkovaného papíru. Úsečka, která má oba koncové body v mřížových bodech, se nazývá mřížová. V úlohách TIMSS se pracuje s mřížovými obrazci například v M44 (M01-11), M65 (M07-13), M61 (M02-11) a M63 (M07-10).

1. Znaky +, – a ! u délek úseček do jisté míry závisí na tom, kdo a čím měří. Znaky pomáhají žákům pochopit rozdíl mezi geometrií řemeslnou (kde na malé chybě nezáleží) a geometrií teoretickou, kde vše počítáme zcela přesně. Když zaokrouhlujeme (například $\sqrt{2}$ na 1,4), musíme si tuto skutečnost uvědomit. Děláme to tak, že místo rovnítka = zde píšeme ≈.

Žáci získávají zkušenost, že většinu „šikmých“ úseček nelze změřit přesně na celé milimetry. U některých úseček lze očekávat mezi žáky spory. Například úsečka b měří na centimetrovém papíru přibližně 36,06 mm a měřením lze těžko zjistit, zda to má být 36^+ nebo 36^- nebo $36^!$. To v některých žácích vzbudí zvědavost, jak lze spor rozhodnout. Později na stránce 3.2.3 se žáci naučí zjistit obsah mřížového čtverce. To pak může pomoci rozhodnout o správnosti měření. Čtverec nad touto úsečkou má obsah 1 300 mm^2. Kdyby délka úsečky byla $36^!$, byl by obsah daného čtverce 1 296 mm^2. Z toho vyplývá, že správné měření bylo 36^+.

2. U trojúhelníku ABC je zajímavá úsečka AB. Její délka činí asi 50,99 mm. Je veliká pravděpodobnost, že se najdou žáci, kteří budou tvrdit, že $|AB| = 51^!$. To opět motivuje žáky k hledání cest, jak přesnost měření prověřit teoreticky.