KOMENTÁŘE KE GEOMETRICKÝM ÚLOHÁM

Komentáře nebylo vzhledem k většímu rozsahu úloh možné umístit přímo na příslušnou stranu. Uvádíme je proto zde souhrnně.

3.1.1

1. Úloha je zaměřena na trojúhelníkovou nerovnost a na rozklad čísla 9 na tři sčítance. Nalezení všech řešení spadá do oblasti kombinatoriky. Ze sedmi rozkladů čísla 9 na tři sčítance je pak třeba vybrat pouze čtyři, které splňují trojúhelníkovou nerovnost. Například tři čísla (5, 3, 1), která jsou rozkladem čísla 9, nemohou být délkami stran, neboť nesplňují trojúhelníkovou nerovnost. Pro zdatnější žáky se zde nabízí otázka z oblasti pravděpodobnosti. Když budeme náhodně tvořit trojice úseček z devíti zápalek, je pravděpodobnější, že z nich bude možné sestavit trojúhelník, anebo že trojúhelník sestavit nepůjde?

2. Důležité je uvědomit si, že strana délky 5 cm může být jak ramenem (11 = 5 + 5 + 1), tak i základnou (11 = 5 + 3 + 3). Žáci často chybují v tom, že danou stranu považují pouze za základnu.

3. Pravděpodobně nejobtížnější bude dokázat, že ΔACD a ΔACE jsou pravoúhlé. K určení pravého úhlu při vrcholu *E*, resp. *D* postačí znalost, že úhlopříčky v kosočtverci jsou na sebe kolmé a dvě protější strany rovnoběžné.

4. Ciferník nabízí učiteli poměrně bohaté geometrické prostředí na poznávání trojúhelníků i dalších mnohoúhelníků – viz další dvě strany.

3.1.2

1. Úlohu je vhodné doplnit diskusí o čtyřúhelnících, které pomocí ciferníku nelze vyznačit. Je to například kosočtverec, kosodélník, nekonvexní čtyřúhelník, pravoúhlý nebo nerovnoramenný lichoběžník, deltoid s nejvýše jedním vnitřním úhlem pravým. Jednoduše řečeno se jedná o čtyřúhelníky, které nejsou tětivové.

2. Pro někoho může být překvapivé, že hovoříme o kolmosti úseček, které nemají žádný společný bod. Jejich úhel se měří jako úhel přímek, na nichž dané úsečky leží, tj. jsou nositelkami daných úseček.

3. a **4.** V úlohách jde o tzv. chirurgii mnohoúhelníků. To znamená, že se daný mnohoúhelník přetvoří na jiný tak, že se jeho část ustřihne a přiloží někam jinam. Zpočátku je důležité takové úlohy řešit manipulativně. Cílem sice je, aby žáci řešili tyto úlohy pouze v představách, proces od manipulací k představám však v žádném případě nelze urychlit a bez ohledu na věk žáků je nutné v případě potřeby ponechat možnost manipulace. Pokud učitel žákům nedovolí manipulovat a naléhá na mentální řešení, obvykle se rozvoj představ zabrzdí, popřípadě zcela zablokuje.

3. Účinná je strategie řešení odzadu, tzn. vyjít od kosočtverce a ten rozstřihnout na dvě části, z nichž lze sestrojit obdélník.

4. V úloze hraje roli otáčení o 180° neboli středová souměrnost. Po sestrojení příslušného obrázku se navíc ukáže, že součet základen lichoběžníku je roven dvojnásobku jeho střední příčky, tedy že střední příčka lichoběžníku je aritmetickým průměrem. Obvody čtyřúhelníků je možné zjišťovat měřením. Lze také použít tento vztah: Obvod lichoběžníku se rovná $(a + b + c + d)$ a obvod kosodélníku se rovná $2(a + c) + d$. Z toho vyplývá, že obvody obou čtyřúhelníků se budou rovnat, když $b = a + c$, což je případ posledního lichoběžníku na obrázku.

3.1.3

1. Geometrie ciferníku (zmíněná již v 3.1.1 i 3.1.2) propojuje geometrii s aritmetikou (kódování jmen mnohoúhelníků pomocí číslic, dělitelnost, pravidelnosti, řady, počítání ve dvanáctkové i šedesátkové soustavě). Budeme-li spojovat na ciferníku čísla, jejichž rozdíl je stejný a není dělitelem 60, vzniká zajímavý obraz. Ten je vizualizací jisté aritmetické řady, která se láme číslem 60. Když se řada zacyklí (začne se opakovat), lomená čára, jež vzniká spojováním příslušných čísel na ciferníku, se uzavře. Vizualizací aritmetických jevů a naopak uchopením geometrických jevů nástroji aritmetiky dává učitel žákům s různým typem myšlení větší příležitost proniknout do problému.

5. Úloha je zaměřena na rozvoj pojmu úhlopříčka. U nekonvexního obrazce je alespoň jedna úhlopříčka vně obrazce. To, že strana může být částí úhlopříčky, bývá pro žáky překvapivé. Obrázek pro řešení podotázky a) je vhodné kreslit na čtverečkovaný papír, kde se kolmost nesousedních stran dobře vyznačuje.

3.1.4

1. Úlohu je možné rozšířit hledáním počtu nepravidelných 2D útvarů. Je zde 24 kosočtverců, 24 kosodélníků, 42 rovnoramenných lichoběžníků. U lichoběžníků je možné určovat délku střední příčky. Z případů, kdy střední příčka je tvořena stranami trojúhelníků, je možné snadno vyvodit, že střední příčka lichoběžníku je aritmetickým průměrem jeho dvou základen.

3. Úloha je poměrně pracná a je možné ji zjednodušit menším počtem použitých dlaždic a zmenšením jejich rozměrů. Doporučujeme, aby si žáci při řešení úlohy udělali tabulku, kam budou psát spotřebu dlaždic, tvar, který vyskládají, a obvod. Žáci zjistí, že čím více se obdélník blíží čtverci, tím má menší obvod. Při použití 6 dlaždic dostanou čtverec s rozměry 24 cm × 24 cm. Při použití 24 dlaždic dostanou čtverec s rozměry 48 cm × 48 cm. V úloze je přítomen aritmetický jev společný násobek a z geometrie vazba mezi obsahem a obvodem.