2.3.2

1. Úlohu lze řešit také modelováním. Zvolíme například $s = 3$, $h = 5$. Tedy kozy jsou 2 a nohou pak je $3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 14$. Distraktory: A) $2s + 4h = 26$ – nevyhovuje, B) $3h = 15$ – nevyhovuje, C) $2(h + s) = 16$ – nevyhovuje. Vyhovuje tedy D) $4h - 2s = 14$.
2. Úlohu lze modifikovat změnou počtu dětí rodiny Slámových. Je to provedeno v úloze **5.**
3. Počet dívek na začátku označme d. Pak hochů je $d + n$. Po příchodu dalších bude dívek $d + 4m$ a hochů $d + n + m$. Tato čísla se rovnají, tedy $d + 4m = d + n + m$, odkud $3m = n$.
7. Vhled do situace žák získá, když situaci modeluje několika případy. Zde zjistí, že jestliže je věkový průměr tří nejstarších q, pak každý z nich může mít q let. Jestliže nejmladší má x let, pak průměr všech čtyř je $\frac{(3q + x)}{4} = p$. Odtud $x = 4p - 3q$.

2.3.5

Zobecňování náleží k důležitým schopnostem žáka. Je třeba jej použít v různých situacích, ale jeho nácvik je obtížné realizovat prostřednictvím jednotlivých úloh, jaké lze zařazovat do mezinárodních šetření. Zatímco jednotlivá úloha v šetření TIMSS může schopnost zobecňování ověřovat, k rozvoji této schopnosti je potřeba celé série gradovaných úloh.

V našich úlohách je žák po získání série konkrétních gradovaných výsledků vyzván, aby odhadl výsledek „vzdáleného“ prvku řady. Nejedná se zde o odhad ve smyslu „co nejblíže“, ale o typ přesného výsledku, který ovšem není podepřen přímým výpočtem, ale pouze pozorovanou zákonitostí.

2.3.6

Sofistikovaný problém, který dává žákům možnost získat zkušenosti s lineární i kvadratickou funkční závislostí, řešit situaci početně i geometricky, odhalovat překvapivé jevy.

1. Závislost obvodu o na délce x je po částech lineární. Pro $x = 0$ a $x = 11$ se šestiúhelník mění na čtverec a pro $x = 5{,}5$ na obdélník. Hodnota obvodu se v bodě $x = 5{,}5$ láme. Z grafu se snadno určí obvod pro všechna $x \in \langle 0, 11 \rangle$.
2. Závislost obsahu S na x je kvadratická a hodnoty S se pro necelá x dají jen odhadnout. Výraz $S = x^2 + (11 - x)^2 = 2x^2 - 22x + 121$ nabývá nejmenší hodnotu pro $x = 5{,}5$. To nahlédneme, když jej napíšeme ve tvaru $2(x - 5{,}5)^2 + 60{,}5$.
3. Didakticky zajímavé jsou dva případy řešení – oba jsme pozorovali u žáků. První spočívá v měření. Žáci naměří hodnoty mezi 155 a 156 mm. Některé žáky pak napadne, že hodnota u je konstantní. Evidovali jsme i velice pěkný žákův důkaz tohoto tvrzení: Označme Q průsečík přímek BD a AE. Pak $u = |AE| + |BD| = |AE| + |BQ| + |QD| = |AQ| + |QB|$.
   Druhé zajímavé řešení spočívá ve výpočtech. Žák do sloupce u postupně vkládá čísla: $\sqrt{242}$ (čtverec), $\sqrt{2} + \sqrt{200}$, $\sqrt{8} + \sqrt{162}$, $\sqrt{18} + \sqrt{128}$, $\sqrt{32} + \sqrt{98}$, $\sqrt{50} + \sqrt{72}$, $\sqrt{50} + \sqrt{72}$, $\sqrt{32} + \sqrt{98}$, $\sqrt{18} + \sqrt{128}$, $\sqrt{8} + \sqrt{162}$, $\sqrt{2} + \sqrt{200}$, $\sqrt{242}$ (čtverec). Učitel žáka požádá, aby zjistil, které z těchto čísel je největší a které nejmenší. Žák s překvapením zjistí, že jsou to čísla stejná, neboť $\sqrt{242} = 11 \cdot \sqrt{2} = (1 + 10) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{200}$ atd.

2.4.1

Čím více různých strategií žáci objeví a prezentují třídě, tím hlouběji třída do úlohy vidí.

7. Žákům, kteří mají s úlohami o věku potíže, doporučíme, aby si napsali tabulku.

Věk matky	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	…	60
Věk syna	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	…	30

Úlohu **8** lze rozepsat podobně.