

2.3.3 VZTAHY MEZI PŘIROZENÝMI ČÍSLY

- Napiš číslo 5 416 jako součet 4 po sobě jdoucích lichých čísel.
- Dané číslo zapiš jako součet několika po sobě jdoucích přirozených čísel. Najdi všechna řešení.
 - 10 =
 - 15 =
 - 126 =
 - 334 =
- Najdi všechna přirozená čísla n , která lze psát jako součet čtyř po sobě jdoucích přirozených čísel.
- V billiáru se všechny barevné koule vkládají do plastového trojúhelníku, který má čtyři řady.
 - Kolik je koulí celkem?
 - Kolik koulí potřebujeme, když chceme vytvořit co nejmenší trojúhelník, který má 5 řad?
 - Kolik koulí potřebujeme, když chceme vytvořit co nejmenší trojúhelník, který má 20 řad?
- Kolik existuje obdélníků nebo čtverců s celočíselnými stranami a obvodem n ? Řeš pro všechna přirozená čísla n .

✂ ----- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ----- ✂

- VÝSLEDKY:
- $5\,416 = 1\,351 + 1\,353 + 1\,355 + 1\,357$.
 - $10 = 1 + 2 + 3 + 4$ (jediné řešení);
 $15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$;
 $15 = 4 + 5 + 6$;
 $15 = 8 + 7$ (tři řešení);
 $126 = 41 + 42 + 43$,
 $126 = 30 + 31 + 32 + 33$;
 $126 = 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 + 21$;
 $126 = 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18$;
 $126 = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16$ (pět řešení).
 $334 = 82 + 83 + 84 + 85$ (jediné řešení).
 - $n = 6 + 4k$, k je přirozené číslo.
 - 10;
 - 15;
 - 210.
 - Je-li číslo n liché, obdélník neexistuje žádný. Je-li n dělitelné 4, obdélníků je $\frac{n}{4}$. Když má n tvar $4k + 2$, pak je obdélníků k .

- KOMENTÁŘ:
- Protože $5\,416 : 4 = 1\,354$, jsou hledaná čísla rozmístěna kolem tohoto jejich aritmetického průměru.
 - Úloha se vrací k úloze 4 na straně 2.2.10. Zde je bohatší a náročnější.
 - Je zajímavé, že výsledek této úlohy nezávisí na tom, zda nulu považujeme za přirozené číslo. Když 0 považujeme za přirozené číslo, pak součet prvních čtyř přirozených čísel je $0 + 1 + 2 + 3 = 6$ a $6 = 6 + 4 \cdot 0$. Když 0 nepovažujeme za přirozené číslo, pak součet prvních čtyř přirozených čísel je $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ a $10 = 6 + 4 \cdot 1$. Odpověď $n = 10 + 4k$ tedy správná není, ale nejedná se o závažnou chybu.
 - Otevíráme novou interpretaci trojúhelníkových čísel (viz též 2.2.4).