2.2.10 SOUČET ARITMETICKÉ ŘADY

Když bylo Gaussovi 10 let, dostala jeho třída úmornou úlohu: Sečti sto prvních přirozených čísel: 1 + 2 + 3 + 4 + … + 100 = ?. Gauss zjistil, že když sečte první a poslední, druhé a předposlední číslo atd., najde součet velice rychle.

1. Najdi součty 1 + 2 = ?, 1 + 2 + 3 = ? …

Zaznamenej výsledky do tabulky a hledej pravidelnost.

Počet přirozených čísel	1	2	3	4	5	6	7	100	*n*
Součet	1	3							

2. Najdi součet prvních padesáti lichých čísel. Sčítej postupně jedno, dvě, tři… lichá čísla, dokud neobjevíš pravidelnost.

1 = 1 1 + 3 = 4 1 + 3 + 5 = ? 1 + 3 + 5 + 7 = ?

Výsledky zaznamenávej do tabulky:

Počet lichých čísel	1	2	3	4	5	6	7	50	*n*
Součet	1	4							

3. Zjisti součet prvních n sudých kladných čísel.

2 + 4 + 6 + 8 + 10 + … + 100 = ?

4. Součet několika (aspoň dvou) po sobě jdoucích lichých čísel je a) 24, b) 105. Najdi ta čísla. Úloha a) má dvě a úloha b) tři řešení.

✂ ---------- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ---------- ✂

VÝSLEDKY:
1. Druhý řádek tabulky: Součet: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 5 050, $(n + 1) \cdot \frac{n}{2}$.
2. Součet. 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 2 500, n^2.
3. Součet prvních padesáti kladných sudých čísel je 2 550. Součet prvních *n* sudých čísel je $n \cdot (n + 1)$.
4a) první řešení: 11, 13; druhé řešení: 3, 5, 7, 9;
4b) první řešení: 9, 11, …, 19, 21; druhé řešení: 17, 19, …, 23, 25; třetí řešení: 33, 35, 37.

KOMENTÁŘ: Úlohy jsou příbuzné k úlohám z podkapitol 2.2.4 a 2.2.5. Vedou k vyhledávání pravidelností a k vyvození vztahu vyjádřeného vzorcem pomocí proměnných – viz např. úloha M28 (M02-07) v šetření TIMSS 2007, jejíž část C byla pro české žáky velmi obtížná.
Při řešení úlohy **1** mohou žáci odhalit, že ve sloupci součtů vznikají trojúhelníková čísla, v tabulce úlohy **2** pro lichá čísla jsou součty čísla čtvercová, v úloze **3** vznikají čísla obdélníková.