

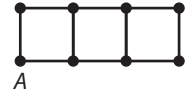
2.2.9 ŘADY V GEOMETRII

1. Na obrázku 1 hledej pravoúhlé trojúhelníky ABC , které mají vrcholy B, C v některých z pěti vyznačených bodů. Popis vrcholů A, B, C je proti směru pohybu hodinových ručiček. Počet těchto trojúhelníků označ t .



Obr. 1

- a) Najdi t .
 b) Stejnou úlohu řeš pro obdélník 3×1 , který je na obrázku 2.
 c) Stejnou úlohu řeš pro obdélník 4×1 , který si nakresli.
 d) Obdobně řeš pro další obdélníky $n \times 1$, kde $n = 5, 6, 7, 8, 9, \dots$
 e) Čísla t zjištěná pro obdélníky $n \times 1$, kde $n = 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ zapiš do tabulky.



Obr. 2

n	2	3	4	5	6	7	8	9				20	51
t															

- f) Napiš pravidlo, podle kterého můžeš pro libovolné přirozené číslo n určit číslo t .

2. Stejnou úlohu řeš v případě, že místo pravoúhlých trojúhelníků budeš hledat rovnoramenné trojúhelníky.

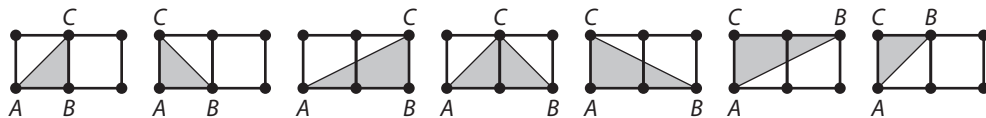
n	1	2	3	4	5	n
t							

3. Stejnou úlohu řeš v případě, že místo pravoúhlých trojúhelníků budeš hledat tupohlé trojúhelníky.

n	1	2	3	4	5	n
t							

✂ ----- ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ----- ✂

VÝSLEDKY: 1a) 7, viz obrázek; b), c), d) a e) viz tabulka; f) $t = 3n + 1$, pro $n > 1$.



n	2	3	4	5	6	7	8	20	151
t	7	10	13	16	19	22	25		61		454

2. Dolní řádek tabulky je: 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6...; $t = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 3$, pro $n > 0$.
 3. Dolní řádek tabulky je: 0, 2, 8, 17, 29, 44 ...; $t = \frac{3}{2}(n^2 - n) - 1$, pro $n > 1$.

KOMENTÁŘ: Komplexní úlohy, které propojují geometrii trojúhelníka s kombinatorikou a řadami čísel.

- Úloha seznamuje žáky s prostředím, v němž budou pracovat, pomáhá objevovat rytmus číselné řady. Žáci nacházejí pravidlo.
- Náročnější varianta. Zde žáky čeká překvapení – dvě čísla se opakují (přidáním lichého čtverce další rovnoramenný trojúhelník nepřibude). Z toho plyne, že obecný zápis výsledku musí použít méně frekventovaný symbol $\lfloor \ \rfloor$ – celá část čísla. Žákům je více srozumitelný zápis, který zvláště vyjadřuje sudá čísla a zvláště lichá. Pro sudá n je $t = \frac{n}{2} + 3$, pro lichá n je $t = \frac{(n-1)}{2} + 3$.
 Šikovným žákům je možné dát podobné úlohy pro větší obdélníky. Místo obdélníku $n \times 1$, který zde zkoumáme, lze vzít obdélníky $n \times 2$, nebo dokonce $n \times 3$.