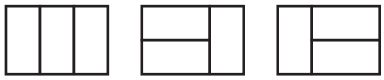
2.2.6 FIBONACCIHO ŘADA

1. Na obrázku vidíme, jak lze obdélník 3 × 2 třemi různými způsoby rozložit na obdélníky 2 × 1.



a) Ukaž, že obdélník 4 × 2 lze právě pěti různými způsoby rozložit na obdélníky 2 × 1.
b) Kolika různými způsoby lze na obdélníky 2 × 1 rozložit obdélník 5 × 2?
c) Stejnou úlohu řeš pro obdélníky 6 × 2; 7 × 2; 8 × 2; 9 × 2.
c) Všechny získané výsledky zapiš do tabulky.

n	3	4	5	6	7	8	9
Počet způsobů	3	5					

Řadu čísel, kterou vidíme ve druhém řádku a která pokračuje dále, zkoumal poprvé středověký italský matematik Leonardo Pisano (Fibonacci), který žil v letech asi 1180–1250. Na jeho počest je tato řada nazývána Fibonacciho řada.

2. Formuluj pravidlo, podle kterého můžeš jednoduše počítat další členy z předchozí úlohy (členy tzv. Fibonacciho řady).

3. Najdi takové tři po sobě jdoucí členy Fibonacciho řady *a*, *b*, *c*, pro které je rozdíl čísel ac a b^2 větší než 5.

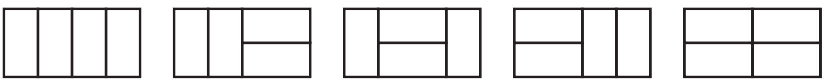
4. Kolika způsoby lze rozložit obdélník $n \times 3$ na obdélníky 3 × 1? Zkoumej nejprve pro $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Výsledky svého zkoumání zaznamenej do tabulky. Odhal pravidelnost.

5. Zjisti, která čísla Fibonacciho řady jsou

a) sudá; b) lichá; c) dělitelná třemi; d) dělitelná pěti.

✂ ↓ PŘED KOPÍROVÁNÍM PRO ŽÁKY OD TOHOTO MÍSTA ZAKRÝT ↓ ✂

VÝSLEDKY: **1a), b)** a **c)** viz **d)**



n	3	4	5	6	7	8	9
Počet způsobů	3	5	8	13	21	34	55

2. Pravidlo: Každý další člen je součtem dvou předchozích.
3. Taková trojice neexistuje, protože daný rozdíl je vždy 1.
4. První tři členy řady jsou 1, 1, 2. Pro každé čtyři po sobě jdoucí členy a, b, c, d platí: $d = c + 2a$.
5a) Sudé je počínaje číslem 2 každé třetí číslo ($3k + 2$);
5b) Lichá jsou $3k$ a($3k + 1$);
5c) Dělitelné třemi je počínaje číslem 3 každé čtvrté (zbytky při dělení 3 této řady jsou 0, 2, 2, 1, 0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, … Je to s periodou 8.);
5d) Dělitelné pěti je každé páté počínaje číslem 5. Napíšeme-li řadu zbytků při dělení 5, pak ta je opět periodická s periodou 20. (U dělitelnosti 4 má perioda délku 6.)

KOMENTÁŘ: Úlohy o Fibonacciho číslech jsou přitažlivé zejména pro žáky, kteří mají rádi číselné zajímavosti. Fibonacciho posloupnost umožňuje experimentálně odhalit například to, že každé páté číslo je dělitelné 5, a pak hledat cestu, jak toto pozorování dokázat. Podíváme-li se na zbytky čísel Fibonacciho posloupnosti při dělení číslem 5, nacházíme posloupnost 1, 2, 3, 0, 3, 3, 1, 4, 0, 4, 4, 3, 2, 0, 2, 2, 4, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 0, …