

## JAK VZNIKÁ MATEMATICKÉ POZNÁNÍ?

V této kapitole stručně vysvětlíme, jaký má charakter to matematické poznání, o něž usilujeme u našich žáků, a jak je potřeba pracovat s úlohami, abychom toto poznání rozvíjeli.

### Schémata

Jestliže se vás někdo zeptá na počet svítidel ve vašem bytě (domě), asi neodpovíte ihned. Nejprve v mysli projdete všemi místnostmi, objekty spočítáte a pak spolehlivě odpovíte. Víte tedy, nebo nevíte, kolik je ve vašem obydlí oken? Odpověď závisí na tom, jak chápeme větu *žák X má znalost Y*. Jestliže tím myslíme, že žák X odpoví okamžitě a správně, pak znalost o počtu svítidel ve vašem obydlí nemáte. Jestliže tím ale myslíme, že se člověk X k odpovědi Y dokáže dopracovat bez vnější pomoci, pak danou znalost máte.

Jistě je v životě mnoho situací, kde je nutná okamžitá reakce, a tedy automatizovaná znalost. To se týká například řízení auta nebo většiny sportů. Velké a důležité části matematiky se to však netýká. Matematické znalosti, stejně jako znalosti našeho obydlí, znalosti nákupního střediska, ve kterém pravidelně nakupujeme, znalosti naší školy (budovy i lidí), znalosti dopravní sítě, kterou používáme, jsou v našem vědomí uloženy jako *schémata*. Ta se budují postupně v důsledku činností, které člověk v dané oblasti vykonává. Jednotlivé konkrétní poznatky jsou uloženy v těchto schématech. Některé poznatky, které používáme frekventovaně, jsou již automatizovány, jiné musíme ze schématu chvíli dolovat. Tak například to, že krychle má šest stěn, víme ihned, ale počet tělesových úhlopříček krychle musíme chvíli hledat.

Schéma není soubor jednotlivých jevů. Je to komplexní vícevrstvá a neustále se měnící mentální struktura, uvnitř níž jsou uloženy mnohé konkrétní jevy. Učit se matematice neznamená jen učit se pravidlům – jednotlivým poučkám. Znamená to především budovat matematická schémata.

Ukažme si to na příkladu dvou žáků, kteří řeší úlohu: Co je víc, třetina, nebo čtvrtina?

Řešení Aleše: „Použijeme poučku *je-li  $a > b$  pak je  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$* . Protože  $4 > 3$ , je méně  $\frac{1}{4}$ .“

Řešení Borise: „Vezmu 2 stejné koláče. Když první koláč rozdělím mezi 4 lidi a druhý mezi 3 lidi, dostane každý ve druhé skupině víc. Třetina je víc než čtvrtina.“

Jestliže Aleš umí pravidlo, ale nechápe zdůvodnění Borise, je jeho znalost matematiky nižší než Borisova. Boris řeší úlohu pomocí schématu „dělení koláče“. Toto schéma si vytvořil na základě životních zkušeností. Když Boris pravidlo Aleše neumí, nic se neděje, on si je objeví.

### Zobecňování a abstrahování

V předchozím komentáři jsme řekli, že Boris si Alešovo pravidlo objeví. Ukážeme, jak tento objevitelský proces může proběhnout. Bude to ve dvou různých etapách. První je etapou zobecňování, druhá je etapou abstrahování. Nejprve tedy zobecňování.

Boris řeší občas úlohy na porovnání kmenových zlomků. Porovnává nejprve jen „malé zlomky“ jako  $\frac{1}{2}$  a  $\frac{1}{4}$  nebo  $\frac{1}{3}$  a  $\frac{1}{4}$  nebo  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{1}{6}$  atd. Pokaždé si kreslí obrázek. Obrázky jsou zpočátku hezké, postupem času jim už tolik péče nevěnuje. Pak se objeví porovnávání i větších zlomků jako  $\frac{1}{7}$  a  $\frac{1}{9}$  nebo  $\frac{1}{5}$  a  $\frac{1}{12}$  nebo  $\frac{1}{11}$  a  $\frac{1}{12}$ . Boris již ví, že na čím více kusů koláč nakrájí, tím menší ty kusy jsou. Když má porovnat zlomky  $\frac{1}{23}$  a  $\frac{1}{32}$ , Boris již nic nekreslí a řekne, že  $\frac{1}{32}$  je méně. Když se jej spolužačka Bára zeptá, jak to ví, Boris odvětví, že když je koláč krájen na více kusů, dostane se každému menší kousek. Borisův postup má univerzální platnost. Obecný poznatek vzniká jako důsledek několika konkrétních zjištění. Říkáme, že z izolovaných modelů jsme vytvořili model generický.

Generický model „čím více podílníků, tím menší kousek každý dostane“ můžeme zapsat symbolicky pomocí písmen: *je-li  $a > b$ , pak je  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$* . Když Boris pochopí, že tento výrok říká totéž, co jeho generický model, dostává se Borisovo poznání na abstraktní úroveň. V zápisu pomocí písmen jsme *odhlédli (abstrahovali)* od konkrétní situace a poznatek zapsali v abstraktním jazyce písmen. Dodejme, že pro žáka 1. stupně je důležité zobecňování. Abstrahování se stává důležitým až na 2. stupni.